

**Tarea 8****Ejercicio 33**

Sea  $P$  un  $p$ -subgrupo de Sylow de un grupo finito  $G$  y  $N$  un subgrupo normal de  $G$ . Entonces  $P \cap N$  es un  $p$ -subgrupo de Sylow de  $N$ .

**Ejercicio 34**

Sea  $G$  un grupo finito y  $H \subset G$  un subgrupo. Demuestra:

- (a)  $N := \bigcap_{g \in G} g^{-1}Hg$  es un subgrupo normal de  $G$ .
- (b)  $M \triangleleft G$  y  $M \subset H$  implica  $M \subset N$ .
- (c) Sea  $p$  el divisor primo más pequeño de  $|G|$ . Cada subgrupo de índice  $p$  en  $G$  es un subgrupo normal de  $G$ .
- (d) Para cada divisor primo  $p$  de  $|G|$  la intersección de todos los  $p$ -subgrupos de  $G$  es un subgrupo normal de  $G$ . Cada  $p$ -subgrupo normal de  $G$  es contenido en esta intersección.

**Ejercicio 35**

Cada grupo de orden 200 contiene un subgrupo normal y abeliano no trivial.

**Ejercicio 36**

- (a) Los subgrupos de Sylow de un grupo  $G$  de orden 45 son subgrupos normales de  $G$ , y  $G$  es el producto directo de sus subgrupos de Sylow. Además  $G$  es abeliano.
- (b) Determina el número de clases de isomorfía de grupos de orden 45.

**Lunes 17 de febrero 2003**, antes de la clase