Semestre 2005/1 | Algebra Superior I
Christof Geiss

Tarea 5

Ejercicio 13
Demuestra que $\sqrt[3]{2}$ no es un número racional.

Ejercicio 14
Definamos para *pares* de números *enteros* una adición y una multiplicación:

- $(a_1, a_2) + (b_1, b_2) := (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$
- $(a_1, a_2) \cdot (b_1, b_2) := (a_1 b_1 - a_2 b_2, a_1 b_2 + a_2 b_1)$

Resuelve con estas "reglas" los siguientes problemas:

(a) Verifica: $(0,0) + (b_1, b_2) = (b_1, b_2)$ y $(1,0) \cdot (b_1, b_2) = (b_1, b_2)$

(b) Verifica: Si (a_1, a_2) y (b_1, b_2) son pares de enteros, enonces la ecuación $(a_1, a_2) + (x_1, x_2) = (b_1, b_2)$ tiene una solucón única con (x_1, x_2) un par de enteros.

(c) Verifica: Si $(a_1, b_1) \cdot (b_1, c_1) = (0,0)$ entonces $(a_1, a_2) = (0,0)$ ó $(b_1, b_2) = (0,0)$

(d) Encuentra los pares de enteros (a_1, a_2) tales que la equación $(a_1, a_2) \cdot (x_1, x_2) = (1,0)$ tenga una solución (x_1, x_2) con x_1 y x_2 enteros.

(e) Para $(a_1, a_2) \neq (0,0)$ encuentra pares de números racionales (x_1, x_2) que sesuelvan la ecuación $(a_1, a_2) \cdot (x_1, x_2) = (b_1, b_2)$.

(f) Enceuntra los pares (x_1, x_2) de racionales que tengan la propiedad $(x_1, x_2) \cdot (x_1, x_2) = (-1, 0)$

(g) No hay pares de racionales (x_1, x_2) con la propiedad que $(x_1, x_2) \cdot (x_1, x_2) = (2, 0)$