Tarea 7

Ejercicio 18

Sea para $i = 1, 2, \ldots, m(k)$

$$(\mathrm{E}_i^{(k)}): \qquad \sum_{j=1}^{n} a_{i,j}^{(k)} x_j = p_i^{(k)}$$

un sistema de ecuaciones lineales, y supongamos que tenemos para la pareja $(i(k), j(k))$ que $a_{i(k),j(k)}^{(k)} \neq 0$ mientras $a_{i,j}^{(k)} = 0$ si $j < j(k)$ ó si $i < i(k)$. Denotemos con

$$(\mathrm{E}_i^{(k+1)}): \qquad \sum_{j=1}^{n} a_{i,j}^{(k+1)} x_j = p_i^{(k+1)}$$

para $i = 1, 2, \ldots m(k) - 1$ el resultado del algoritmo de Gauss en este paso. Verifica:

$$a_{i,j}^{(k+1)} = \begin{cases} a_{i,j}^{(k)} & \text{si } i < i(k) \\ a_{i+1,j}^{(k)} - \frac{a_{i+1,j(k)}^{(k)}}{a_{i(k),j(k)}^{(k)}} a_{i(k),j}^{(k)} & \text{si } i \geq i(k) \end{cases}$$

En particular, $a_{i,j}^{k+1} = 0$ si $j \leq j(k)$. Encuentra una formula similar para $p_i^{(k+1)}$.

Ejercicio 19

Encuentra todas las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{cccccccccc} 1x_1 & +2x_2 & +3x_3 & +4x_4 & +5x_5 & +6x_6 & +7x_7 & +8x_8 & = & 9 \\ & & +1x_3 & +2x_4 & +3x_5 & +4x_6 & +5x_7 & +6x_8 & = & 7 \\ & & & & +1x_5 & +2x_6 & +3x_7 & +4x_8 & = & 5 \\ & & & & +1x_5 & +2x_6 & +3x_7 & +4x_8 & = & 5 \\ & & & & & & +1x_7 & +2x_8 & = & 3 \end{array}$$

Pista: Para cualquier tuplo de númeos racionales (s_2, s_4, s_6, s_8) existe un único tuplo de racionales $(s_1, , s_3, s_5, s_7)$ tal que $(s_1, s_2, \ldots, s_8)$ sea una solución de este sistema de ecuaciones.
Por ejemplo, $s_7 = 3 - 2s_8$ y $s_5 = 5 - 2s_6 - 3s_7 - 4s_8 = -4 - 2s_6 + 2s_8$.