Semestre 2007/2 Algebra Superior I

Christof Geiss

Tarea 6

Ejercicio 15

Demuestra que el siguiente sistem de ecuaciones

$$\begin{aligned} 1x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= a \\ 2x_1 + 3x_2 + 1x_3 &= b \\ 3x_1 + 4x_2 - 1x_3 &= c \end{aligned}$$

con parametros a, b y c tiene soluciones si y solamente si $c = 2b - a$.

Ejercicio 16

Sea

$$(\mathrm{E}_i^{(k)})\colon \quad \sum_{j=1}^{n} a_{i,j}^{(k)} x_j = p_i^{(k)} \qquad \text{para } i = 1, 2, \ldots, m(k)$$

un sistema de ecuaciones lineales, y supongamos que tenemos para la pareja $(i(k), j(k))$ que $a_{i(k),j(k)}^{(k)} \neq 0$ mientras $a_{i,j}^{(k)} = 0$ si $j < j(k)$ ó si $i < i(k)$. Denotemos con

$$(\mathrm{E}_i^{(k+1)})\colon \quad \sum_{j=1}^{n} a_{i,j}^{(k+1)} x_j = p_i^{(k+1)}$$

para $i = 1, 2, \ldots m(k) - 1$ el resultado del algoritmo de Gauss en este paso. Verifica:

$$a_{i,j}^{(k+1)} = \begin{cases} a_{i,j}^{(k)} & \text{si } i < i(k) \\ a_{i+1,j}^{(k)} - \frac{a_{i+1,j(k)}^{(k)}}{a_{i(k),j(k)}^{(k)}} a_{i(k),j}^{(k)} & \text{si } i \geq i(k) \end{cases}$$

En particular, $a_{i,j}^{(k+1)} = 0$ si $j \leq j(k)$. Encuentra una formula similar para $p_i^{(k+1)}$.

Ejercicio 17

Encuentra con el algoritmo de Gauss la solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$
\begin{array}{rrrrrrr}
 & 3x_2 & +2x_3 & +9x_4 & +60x_5 & +31x_6 & = 23 \\
x_1 & & +3x_3 & +8x_4 & +9x_5 & +120x_6 & = 0 \\
x_1 & & +9x_3 & +2x_4 & +45x_5 & +90x_6 & = 0 \\
 & 2x_2 & & +12x_4 & +10x_5 & +54x_6 & = 0 \\
 & x_2 & & +18x_4 & +2x_5 & +135x_6 & = 0 \\
 & & 3x_3 & & +30x_5 & +12x_6 & = 0
\end{array}
$$

Fecha de entrega: 18-04-2007 antes de la clase.