

Tarea 3**Ejercicio 7**

Sea $f : A \longrightarrow B$ una función y $C \subseteq B$ un subconjunto cualquiera. Definimos la *imagen inversa* o *preimagen* de C bajo f como el conjunto:

$$f^{-1}(C) := \{a \in A \mid f(a) \in C\}$$

(el símbolo f^{-1} puede resultar confuso ya que *no* estamos diciendo en ningún caso que f sea biyectiva).

Utilice esta definición para demostrar las siguientes relaciones ($f : A \longrightarrow B$ es una función cualquiera y $W, X \subseteq A$ así como $Y, Z \subseteq B$ son subconjuntos):

- (i) $f(W \cup X) = f(W) \cup f(X)$.
- (ii) $f(W \cap X) \subset f(W) \cap f(X)$.
- (iii) $f(X \setminus W) \supset f(X) \setminus f(W)$.
- (iv) $f^{-1}(Y \cup Z) = f^{-1}(Y) \cup f^{-1}(Z)$.
- (v) $f^{-1}(Y \cap Z) = f^{-1}(Y) \cap f^{-1}(Z)$.
- (vi) $f^{-1}(Y \setminus Z) = f^{-1}(Y) \setminus f^{-1}(Z)$.

[En los incisos (ii) y (iii) dé ejemplos para mostrar que las contenciones pueden ser propias].

Ejercicio 8

Sea $M := \{1, 2, 3\}$ y $\mathfrak{S}_3 := (\{f : M \longrightarrow M \mid f \text{ biyectivo}\}, \circ)$. En la aydantía vimos que \mathfrak{S}_3 es un grupo con los elementos

$$e = \begin{pmatrix} 123 \\ 123 \end{pmatrix}, r_1 = \begin{pmatrix} 123 \\ 231 \end{pmatrix}, r_2 = \begin{pmatrix} 123 \\ 312 \end{pmatrix}, s_1 = \begin{pmatrix} 123 \\ 132 \end{pmatrix}, s_2 = \begin{pmatrix} 123 \\ 321 \end{pmatrix}, s_3 = \begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix}$$

Determina la tabla de multiplicación de \mathfrak{S}_3 .

Ojo: continua en la siguiente página

Ejercicio 9

Sea G un conjunto con una relación binaria $\circ: G \times G \rightarrow G$ asociativa. Supongamos que G tiene un elemento e tal que

- (e1) $g \circ e = g$ para todo $g \in G$,
- (e2) para todo $g \in G$ existe un $g' \in G$ tal que $g \circ g' = e$

Demuestra que entonces vale lo siguiente:

- (1) $e \circ g = g$ para todo $g \in G$.
- (2) Si $g \circ f = g$ para algún $g \in G$ entonces $f = e$.
- (3) Si $g \circ g' = e$ entonces también $g' \circ g = e$ y g' es único con esta propiedad.

Fecha de entrega: Miércoles 5 de marzo antes de la clase.