Semestre 2008/2 | Algebra Superior II
Christof Geiss

Tarea 4

Ejercicio 10
Consideramos para un conjunto M su conjunto potencia $\mathcal{P}(M)$ y el subconjunto $\mathcal{F} := \{X \in \mathcal{P}(M) \mid X \text{ finito y } |X| \text{ es par } \}$ de $\mathcal{P}$. Definimos sobre $\mathcal{P}(M)$ una relación binaria

$$X + Y := (X \cup Y) \setminus (X \cap Y).$$

(a) Demuestra que con estas definiciones $(\mathcal{P}(M), +)$ es un grupo abeliano. ¿Cuál conjunto es el elemento neutro?

(b) Demuestra $X + Y = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$.

(c) Demuestra que $\mathcal{F}$ es un subgrupo de $\mathcal{P}$.

(d) Para M finito determina el índice de $\mathcal{F}$ en $\mathcal{P}$ y las clases laterales de $\mathcal{F}$.

Ejercicio 11
Sea $(G, \cdot)$ un grupo con elemento neutro e. Demuestra: Si $g \cdot g = e$ para todo g en G entonces G es abeliano.

Ejercicio 12
Sea $G = (G, \cdot)$ un grupo y $M \subset G$ un subconjunto no vacío. Consideramos

$$N_G(M) := \{g \in G \mid g^{-1}Mg = M\} \text{ donde } g^{-1}Mg := \{g^{-1}mg \mid m \in M\}$$

Demuestra que $N_G(M)$ es un subgrupo de G (que se llama el *normalisador* de M en G).

Fecha de entrega: Miércoles 12 de marzo antes de la clase.