

**Tarea 7****Ejercicio 20**

Sea  $m \in \mathbb{N}_{>0}$ . Consideramos el anillo  $R := \mathbb{Z}/(m\mathbb{Z})$ , y escribimos  $\bar{z} := z + m\mathbb{Z} \in R$  para  $z \in \mathbb{Z}$ .

- (a) Demuestra para  $z \in \mathbb{Z}$  que  $\bar{z} \in G(R)$  si y solamente si  $\text{mcd}(m, z) = 1$ .
- (b) Determina para  $m = 30$  la tabla de multiplicación del grupo  $G(R)$ .

**Ejercicio 21**

Sea  $R = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ . Sobre  $R$  definimos adición y multiplicación como sigue:

$$(a, b) + (a', b') := (a + a', b + b') \text{ y } (a, b) \cdot (a', b') := (aa' - bb', ab' + ba')$$

Demuestra que  $(R, +, \cdot)$  es un anillo euclidiano con la función  $d: R \rightarrow \mathbb{N}_0, (a, b) \mapsto a^2 + b^2$ .

**Ejercicio 22**

Sea  $R$  un anillo euclidiano y  $a, b \in R^*$ . Con  $I = Ra$  y  $J = Rb$  demuestra que  $I \cdot J = I \cap J$  si y solamente si  $a$  y  $b$  no tienen divisor común. Ver Ejercicio 19 para la definición de  $I \cdot J$  (había un error de dedo).

**Fecha de entrega:** Jueves 24 de abril antes de la clase.