Semestre 2015/1 | Algebra Moderna
Christof Geiss

Tarea 9

Ejercicio 37
Sea K un campo, y $\mathbf{m} := \left(\begin{smallmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix}\right) \in \mathrm{Mat}(2 \times 2, K)$. Demuestra:

(a) $R := \{\mathbf{x} \in \mathrm{Mat}(2 \times 2, K) \mid \mathbf{xm} = \mathbf{mx}\}$ es un subanillo conmutativo de $\mathrm{Mat}(2 \times 2, K)$.

(b) Existe un $f \in K[X]$ con $R \cong K[X]/(f)$.

(c) R es un campo para $K = \mathbb{Q}$ y $K = \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$, pero no es un campo para $K = \mathbb{Z}/11\mathbb{Z}$.

Ejercicio 38
Sea R un anillo unitario y M un R-módulo. Demuestra

(a) M es proyectivo si y solamente si existe un R-módulo M' tal que $M \oplus M'$ sea libre.

(b) M es inyectivo si y solamente si para todo R-submódulo I de ${}_R R$ y todo homomorfismo $\beta \colon I \to M$ existe un homomrofismo $\tilde{\beta} \colon R \to M$ tal que la restricción de $\tilde{\beta}$ a I coincida con β.

Ejercicio 39

(a) Determina todas las clases de isomorfía de grupos abelianos de orden 900 y exhibe los representantes por un lado como suma directa de grupos cíclicos con un mínimo de sumandos, y por otro lado como suma directa de p-grupos.

(b) Determina los factores invariantes de los grupos abelinos finitos $\mathbb{Z}_m^*$ en los siguientes casos: $m \in \{4, 8, 16, 3, 9, 27, 432\}$. Recuerda para eso el Ejercicio 22.

Ejercicio 37 para entregar, ejercicios 38 y 39 a discutir en la Ayudantía del 29 de Octubre.