

SEMINARIO DE ÁLGEBRA - TEORÍA DE REPRESENTACIONES BÁSICA

CHRISTOF GEISS

En este seminario nos acercamos a la teoría de representaciones de álgebras de dimensión finita a través de dos teoremas básicos de P. Gabriel. En ambos resultados el concepto de las representaciones de un carcaj juegan un papel fundamental. Se trata esencialmente de la formalización de ciertos problemas matriciales en álgebra lineal.

- (1) Si K es un campo algebraicamente cerrado y A un K -álgebra de dimensión finita, entonces la categoría de A -módulos es equivalente a la categoría de representaciones K -lineales de un carcaj con relaciones admisibles.
- (2) Sobre cualquier campo, un carcaj Q solamente admite un número finito de representaciones inescendibles si y solamente si la gráfica subyacente de Q es una unión (ajena) de gráficas de Dynkin. En este caso las representaciones inescendibles se paramterizan de forma natural por las raíces positivas de dicha gráfica.

Ambos resultados datan de hace aproximadamente 50 años, y permiten demostraciones elementales (pero no triviales!) con técnicas de álgebra lineal. Veremos este material en el seminario a través de la lectura de los trabajos [2] y [1].

Por otro lado, ambos resultados siguen inspirando investigaciones hasta la actualidad, ver por ejemplo [4] o [3].

REFERENCIAS

- [1] I.N. Bernšteĭn, I.M. Gelfand, V.A. Ponomarev: *Coxeter functors, and Gabriel's theorem*. Russian Math. Surveys **28** (1973), no. 2, 17–32.
- [2] C. Cibils, F. Larrion, L. Salmeron: *Métodos diagramáticos en teoría de representaciones*. Monografías del Instituto de Matemáticas, **11**. Universidad Nacional Autónoma de México, CDMX, 1982.
- [3] Ch. Geiss, B. Leclerc, J. Schröer: *Quivers with relations for symmetrizable Cartan matrices I: Foundations*. Invent. Math. **209** (2017), no. 1, 61–158.
- [4] T. Hausel, E. Letellier, F. Rodriguez-Villegas: *Positivity for Kac polynomials and DT-invariants of quivers*. Ann. of Math. (2) **177** (2013), no. 3, 1147–1168.