Terminal IV: Simulación, Semestre 2016-2
Licenciatura en Matemáticas Aplicadas
Universidad Autónoma de Querétaro
Examen 1

Profesor: Gerardo Hernández Dueñas

Septiembre 9, 2016

*** POR FAVOR ESCRIBE TU NOMBRE EN CADA HOJA**
*** EXPLICA TU RESPUESTA E INCLUYE LOS DETALLES**

NUMERO TOTAL DE PAGINAS: 4

TU NOMBRE:

Prob 1 /30	
Prob 2 /30	
Prob 3 /40	
TOTAL /100	

Mucha suerte en su examen!

Terminal IV - Examen 1

Problema 1: Considera el siguiente problema de valor inicial

$$\begin{cases} u_t + e^x u_x &= 0, -\infty < x < \infty \\ u(x,0) &= e^x. \end{cases}$$

(a) Demuestra que esta ecuación diferencial parcial no genera ondas de choque, mostrando que las curvas características no se intersecan.

(b) Usando el método de las características, encuentra la solución explícita.

Problema 2: Considera la ecuación del calor con las siguientes condiciones iniciales y de frontera

$$\begin{cases} u_t = u_{xx}, \quad 0 \leq x \leq 10 \\ \\ u \text{ es periódica en } [0, 10] \\ \\ u(x, t = 0) = 10 + 2\cos\left(\frac{2\pi x}{10}\right)\sin\left(\frac{2\pi x}{10}\right). \end{cases}$$

Sugerencia: Usa la identidad trigonométrica $\sin(2\alpha) = 2\cos(\alpha)\sin(\alpha)$.

Terminal IV - Examen 1

Problema 3: Considera la ecuación de Burgers con condiciones iniciales:

$$\begin{cases} \partial_t u + \partial_x \left(\frac{1}{2}u^2\right) &= 0, & -\infty < x < \infty \\ u(x,0) &= \begin{cases} 0, & \text{if} \quad x \leq -1 \\ -1 - x & \text{if} \quad -1 < x \leq 0 \\ -1 + x, & \text{if} \quad 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{if} \quad 1 < x. \end{cases} \end{cases}$$

a) Dibuja la condición inicial, y las curvas características. Demuestra que se intersecan por primera vez a tiempo $t = 1$.

b) Encuentra la solución.