Terminal IV: Simulación, Semestre 2016-2
Licenciatura en Matemáticas Aplicadas
Universidad Autónoma de Querétaro
Examen 2

Profesor: Gerardo Hernández Dueñas

Octubre 13, 2016

*** POR FAVOR ESCRIBE TU NOMBRE EN CADA HOJA**
*** EXPLICA TU RESPUESTA E INCLUYE LOS DETALLES**

NUMERO TOTAL DE PAGINAS: 4

TU NOMBRE:

Prob 1 /30	
Prob 2 /30	
Prob 3 /40	
TOTAL /100	

Mucha suerte en su examen!

Terminal IV - Examen 2

Problema 1: Considera el siguiente problema de valor inicial para la ecuación de Burgers viscosa no lineal

$$\begin{cases} \partial_t u + \partial_x \left(\frac{1}{2}u^2\right) & = & u_{xx}, 0 \leq x \leq 1 \\ u(x,0) & = & 4\pi \tan(2\pi x) \\ u & & \text{es periódica en el intervalo } [0,1] \end{cases}$$

Es decir, el dominio tiene tamaño $L = 1$ y el coeficiente de difusión es $\epsilon = 1$. Encuentra la solución exacta.

Sugerencia: Usa la transformada de Cole-Hopf

$$\varphi(x,t) = \exp\left(-\frac{1}{2\epsilon}\int_{x_o}^{x} u(s,t)ds\right),$$

cuya inversa es $u = -2\epsilon\varphi_x/\varphi$.

Recuerda: La anti-derivada de $\tan(x)$ es $-\ln(|\cos(x)|)$.

Problema 2: Considera el problema de valor inicial

$$\begin{cases} \partial_t u + \partial_x \left(\frac{1}{2}u^2\right) & = & \epsilon u_{xx}, -\infty < x < \infty \\ u(x,0) & = & \begin{cases} 1, & \text{if} \quad x \leq 0 \\ -1 & \text{if} \quad x > 0, \end{cases} \end{cases}$$

cuya approximación viscosa es

$$u(x,t,\epsilon) = -\tanh\left(\frac{x-t}{2\epsilon}\right).$$

Encuentra el limite $\lim_{\epsilon\to 0} u(x,t)$ cuando la viscosidad se va a cero y comenta sobre la solución. Como evoluciona la solución con el tiempo?

Terminal IV - Examen 1

Problema 3: Escribe un código numérico para resolver el siguiente problema usando la transformada Cole-Hopf. Toma en cuenta las condiciones de frontera.

$$\begin{cases} \partial_t u + \partial_x \left(\frac{1}{2}u^2\right) & = \quad \epsilon u_{xx}, 0 \leq x \leq L \\ u(x,0) & = \quad u_o(x) \\ u(0,t) = 0, u(L,t) = 0. & \quad \text{Condición de frontera Dirichlet} \end{cases}$$