TERMINAL IV: SIMULACIÓN
SEMESTRE 2016-2
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS APLICADAS
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO
TAREA 6

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Miércoles 16 de noviembre de 2016
Durante los 10 minutos al inicio de la clase 100%
Después de clase y hasta la media noche de ese día 80%

Problema 1: La ecuación del tráfico se puede modelar con la ecuación

$$\partial_t \rho + \partial_x(\rho u) = 0,$$

donde ρ es la densidad de carros, $0 \leq \rho \leq 1$, $u = u_{\max}(1-\rho)$ es la velocidad de los vehículos, con velocidad maxima constante $u_{\max}$. De esta manera, la velocidad de los vehículos alcanza su máximo $u = u_{\max}$ cuando no hay carros alrededor $\rho \to 0$, y están parados $u = 0$ cuando hay embotellamiento $\rho \to 1$. Resuelve el siguiente problema Riemann, identificando los casos en los que hay ondas de choque y los casos en los que hay una onda de rarefacción.

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x(\rho u) = 0, & -\infty < x < \infty \\ \rho(x,0) = \begin{cases} \rho_\ell & \text{if} \quad x < 0 \\ \rho_r & \text{if} \quad x \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

Problema 2: Resuelve numéricamente el problema

$$\begin{cases} \rho_t + a\rho_x = 0, \\ \rho(x,0) = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad -L \leq x < 0 \\ 0 & \text{if} \quad 0 \leq x \leq L \end{cases} \end{cases}$$

con $a = 1, L = 1, t = 1/2$, con condiciones de frontera Neumann, y usando los siguientes esquemas numéricos

- Esquema 1:
$$\rho_j^{n+1} = \rho_j^n - \frac{a\Delta t}{\Delta x}\left(\rho_{j+1}^n - \rho_j^n\right).$$
- Esquema 2:
$$\rho_j^{n+1} = \rho_j^n - \frac{a\Delta t}{\Delta x}\left(\rho_j^n - \rho_{j-1}^n\right).$$

Usa la condición CFL $a\Delta t/\Delta x \leq 1$. Reporta lo que observas.