

**TERMINAL IV: SIMULACIÓN**  
**SEMESTRE 2016-2**  
**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS APLICADAS**  
**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO**  
**TAREA 7**

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

**Para entregar :** Miércoles 23 de noviembre de 2016

**Durante los 10 minutos al inicio de la clase** 100%

**Después de clase y hasta la media noche de ese día** 80%

**Problema:** Usando el método numérico upwind mostrado en clase, encontrar la solución numérica para la ecuación del tráfico con velocidad máxima  $u_{\max} = 1$ , en el dominio  $[-1, 1]$ , con condiciones de frontera Neumann  $\partial_x \rho = 0$  en  $x = -1, 1$ .

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x(\rho(1 - \rho)) = 0, & -1 \leq x \leq 1 \\ \rho(x, 0) = \begin{cases} \rho_\ell & \text{if } -1 \leq x < 0 \\ \rho_r & \text{if } 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \end{cases}$$

donde  $\rho$  es la densidad de carros,  $0 \leq \rho \leq 1$ . Asegúrate de que se satisfaga la condición CFL

$$\frac{\lambda \Delta t}{\Delta x} \leq 1,$$

donde  $\lambda = \max_{-1 \leq x \leq 1} (1 - 2\rho)$  es el máximo de  $f'(\rho)$  sobre todo el dominio y  $f(\rho) = \rho(1 - \rho)$  es el flujo. Considera las siguientes dos condiciones iniciales y en cada caso **compara con la solución exacta** calculada en la tarea anterior.

(1)  $\rho_\ell = 0.6, \rho_r = 0.8$

(2)  $\rho_\ell = 0.4, \rho_r = 0.2$

**Respuesta:**

En la figura podemos apreciar las soluciones exactas y numéricas tanto para la condición inicial (1) en el panel de la izquierda, como para la condición inicial en (2) en el panel de la derecha. Podemos ver que en un caso tenemos una onda de choque propagándose hacia la izquierda y en el segundo caso es una onda de rarefacción propagándose hacia la izquierda. Las soluciones numéricas son muy precisas en ambos casos. En el caso de la onda de choque podemos observar un perfil viscoso numérico que suaviza la discontinuidad. Sin embargo, el perfil es apenas visible y aumentando la resolución éste se disminuye.

**Figura en la siguiente página.**

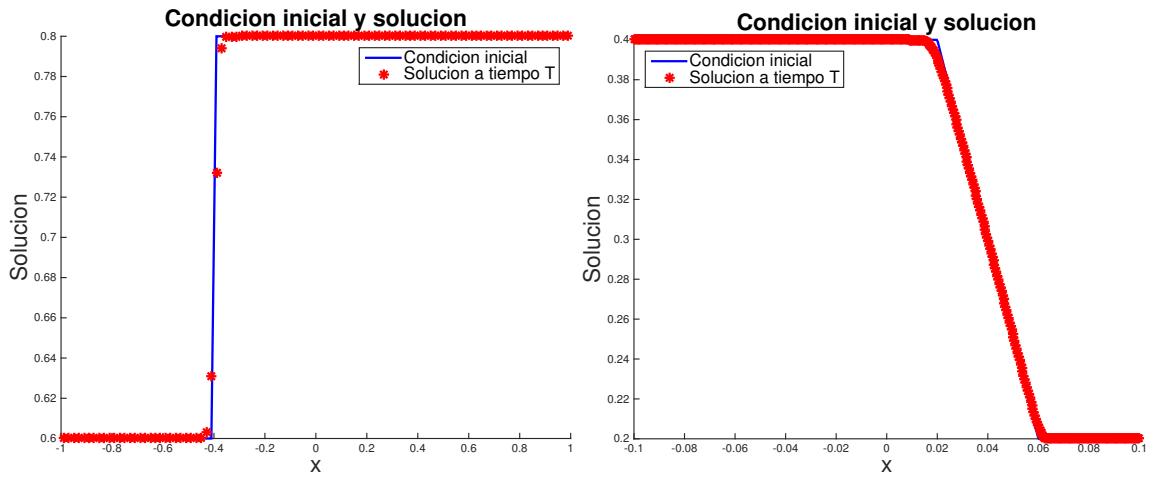


FIGURE 1. Solución exacta (línea azul continua) y numérica (línea punteada roja) para las condiciones iniciales en (1) y (2).