

# MATEMÁTICAS III - 2014. TAREA 1

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

**Para entregar :** Viernes, 17 de Octubre

**Antes de las 8:10 AM** 100%

**Después de las 8:10 AM y antes de las 5 PM** 80%

**No se aceptarán tareas después de las 5 PM**

**Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles**

**Problema 1:** Dibuja un diagrama que explique el comportamiento de los siguientes campos de vectores:

- $\mathbf{F}(x, y) = y\mathbf{i} + 1/2\mathbf{j}$
- $\mathbf{F}(x, y) = (x - y)\mathbf{i} + x\mathbf{j}$
- $\mathbf{F}(x, y) = \frac{y\mathbf{i} + x\mathbf{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

**Problema 2** Encuentra y grafica el campo gradiente de  $f(x, y) = \sin(x + y)$ , junto con las curvas de nivel de  $f$ . Explican como se relacionan.

**Problema 3** Evalua las integrales de línea sobre cada una de las curvas  $C$  especificadas.

- $\int_C xy^4 ds$ ,  $C$  : la mitad derecha del círculo  $x^2 + y^2 = 16$ .
- $\int_C ye^x ds$ ,  $C$  : el segmento línea de  $(1, 2)$  a  $(4, 7)$ .
- $\int_C (xy + \ln x) dy$ ,  $C$  : arco de la parábola  $y = x^2$  de  $(1, 1)$  a  $(3, 9)$ .
- $\int_C (2x + 9z) ds$ ,  $C$  :  $x = t, y = t^2, z = t^3, 0 \leq t \leq 1$
- $\int_C (x + yz) dx + 2x dy + xyz dz$ ,  $C$  consiste de el segmento de línea de  $(1, 0, 1)$  a  $(2, 3, 1)$  y de  $(2, 3, 1)$  a  $(2, 5, 2)$ .
- 

**Problema 3** Evalua la integral  $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ , donde  $C$  está dada por la parametrización  $\mathbf{r}(t)$  a continuación

- $\mathbf{F}(x, y) = x^2 y^3 \mathbf{i} - y \sqrt{x} \mathbf{j}$ ,  $\mathbf{r}(t) = t^2 \mathbf{i} - t^3 \mathbf{j}, 0 \leq t \leq 1$
- $\mathbf{F}(x, y, z) = \sin x \mathbf{i} + \cos y \mathbf{j} + xz \mathbf{k}$ ,  $\mathbf{r}(t) = t^3 \mathbf{i} - t^2 \mathbf{j} + t \mathbf{k}, 0 \leq t \leq 1$ .

**Problema 4** Evalúa la siguiente integral

- $F(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \mathbf{i} + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \mathbf{j}$ ,  $C$  es la parábola  $y = 1 + x^2$  de  $(-1, 2)$  a  $(1, 2)$

**Problema 5** Encuentra la mas y centro de masa de un cable con forma  $x^2 + y^2 = r^2, x \geq 0, y \geq 0$ , si la densidad está dada por  $\rho(x, y) = x + y$ .

**Problema 6** Encuentra el trabajo ejercido por el campo de fuerza  $\mathbf{F}(x, y) = x\mathbf{i} + (y + 2)\mathbf{j}$  en un objeto que se mueve a lo largo del cicloide  $\mathbf{r}(t) = (t - \sin t)\mathbf{i} + (1 - \cos t)\mathbf{j}, 0 \leq t \leq 2\pi$ .

**Problema 7** La base de una cerca circular con radio 10 m está dado por  $x = \cos t, y = \sin t$ . Si la altura de la cerca en una posición  $(x, y)$  está dado por  $h(x, y) = 4 + 0.01(x^2 - y^2)$ , de tal manera que la altura varía de 3 m a 5 m. Supongamos que 1 litro de pintura cubre 100 m<sup>2</sup>. Dibuja la cerca y determina cuanta pintura se necesitará si pintas ambos lados de la cerca.