CÁLCULO II - 2015. TAREA 12

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Miércoles, 20 de Mayo de 2015

Antes de las 10:10 AM 100%

Después de las 10:10 AM y antes de las 5 PM 80%

No se aceptarán tareas después de las 5 PM

Se darán solo crédictos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Encuentra la masa y el centro de masa de una lámina que ocupa la región D y tiene la función de densidad dadas

(a) $D = \{(x, y) \big| 1 \le x \le 3, 1 \le y \le 4\}; \rho(x, y) = ky^2$.

(b) $D = \{(x, y) \big| 0 \le x \le a, 0 \le y \le b\}; \rho(x, y) = 1 + x^2 + y^2$

Problema 2: Evalúa las siguientes integrales

(a) $\int_C y^3 ds, C : x = t^3, y = t, 0 \le t \le 2$

(b) $\int_C xyds, C : x = t^2, y = 2t, 0 \le t \le 1$

(c) $\int_C x \sin y ds, C$: Segmento de $(0, 3)$ a $(4, 6)$.

(d) $\int_C x^2 + y^2 + z^2 ds, C : x = t, y = \cos(2t), z = \sin(2t), 0 \le t \le 2\pi$

(e) $\int_C xyzds, C : x = 2\sin(t), y = t, z = -2\cos(t), 0 \le t \le \pi$

(f) $\int_C (x + 2y)dx + x^2 dy$, donde C consiste de los segmento de $(0, 0)$ a $(2, 1)$ y de $(2, 1)$ a $(3, 0)$.

Problema 3: Calcula $\int_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$, donde $\boldsymbol{F}(x, y, z) = (y \sin z, z \sin x, x \sin y)$ y $\boldsymbol{r}(t) = (\cos t, \sin t, \sin(5t))$, $0 \le t \le 2\pi$. *Nota:* Puedes dejar la integral sin calcularse explícitamente.

Problema 4: Calcula $\int_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$, donde $\boldsymbol{F}(x, y, z) = (x, y, xy)$ y $\boldsymbol{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$, $0 \le t \le \pi$.

Problema 5: Determina si los siguientes campos de vectores $\boldsymbol{F}$ son conservativos o no. Si lo son, encuentra una función f tal que $\boldsymbol{F} = \nabla f$.

(a) $\boldsymbol{F}(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$

(b) $\boldsymbol{F}(x, y) = (ye^x + \sin y, e^x + x \cos y)$

Problema 6: Para $\boldsymbol{F}(x, y) = (xy^2, x^2 y)$, encuentra f tal que $\boldsymbol{F} = \nabla f$ para evaluar la integral $\int_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$, donde C está dada por la parametrización $\boldsymbol{r}(t) = (t + \sin(\pi t/2), t + \cos(\pi t/2))$, $0 \le t \le 1$.

Problema 7: Evalúa las siguiente integral de manera directa y usando el Teorema de Green:

$$\oint_C (x - y)dx + (x + y)dy,$$

donde C es el céirculo con centro en el origen y radio 2.

Problema 8: Calcula $\int \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$, donde $\boldsymbol{F}(x, y) = (x^2 + y, 3x - y^2)$ y C es la frontera de una región de área 6 y cuya curva tiene orientación positiva.

Problema 9: Usa el teorema de la divergencia para calcular la integral de superficie $\int\int_S \boldsymbol{F} \cdot d|vectS$, es decir, el flujo de $\boldsymbol{F}$ a través de S, para los siguientes ejemplos

(a) $F(x, y, z) = (xye^z, xy^2 z^3, -ye^z)$, donde S es la superficie de la caja acotada por los planos coordenadas, y los planos $x = 3, y = 2$ y $z = 1$.

(b) $\boldsymbol{F}(x, y, z) = (3xy^2, xe^z, z^3)$, S es la superficie del sólido acotado por el cilindro $y^2 + z^2 = 1$ y los planos $x = -1$ y $x = 2$.