

Análisis Complejo I
Posgrado en Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Examen 1

Profesor: Gerardo Hernández Dueñas

Marzo 15, 2018

- * POR FAVOR ESCRIBE TU NOMBRE EN CADA HOJA**
- * EXPLICA TU RESPUESTA E INCLUYE LOS DETALLES**

NUMERO TOTAL DE PAGINAS: 7

TU NOMBRE:

Prob 1 /30	
Prob 2 20	
Prob 3 /30	
Prob 4 /20	
TOTAL /100	

Mucho éxito en su examen!

Análisis Complejo I - Examen 1

Problema 1: Definimos la distancia cordal $d(z, w)$ entre dos puntos $z, w \in \mathbb{C}^*$ como la longitud del segmento de línea uniendo los puntos P y Q en la esfera bajo la proyección estereográfica de z y w , respectivamente.

- (a) Muestra que la distancia cordal es una métrica.

Análisis Complejo I - Examen 1

(b) (**continuación del problema 1**) Muestra que la distancia cordal está dada por

$$d(z, w) = \frac{2|z - w|}{\sqrt{1 + |z|^2}\sqrt{1 + |w|^2}}, \quad z, w \in \mathbb{C}.$$

Análisis Complejo I - Examen 1

Problema 2: Encuentra los puntos “rama” de $\sqrt{z-1/z}$ y describe la superficie de Riemann de esa función.

Problema 3:

(a) Demuestra que la función

$$u(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2} + x$$

es armónica en $\mathbb{C} \setminus \{0\}$.

Análisis Complejo I - Examen 1

- (b) (**continuación del problema 3**) Encuentra una función analítica $f = u + iv$ cuya parte real es la función $u(x, y)$ de la parte (a).

Nota: Debes encontrar la expresión $f(z)$ explícita en términos de $z = x + iy$.

Análisis Complejo I - Examen 1

Problema 4: Sean $D \subset \mathbb{C}$ un dominio y $f : D \rightarrow \mathbb{C}$ tal que f y \bar{f} son analíticas. Muestra que f es constante.