

Análisis Complejo I
Posgrado en Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Examen 2

Profesor: Gerardo Hernández Dueñas

Mayo 7, 2018

- * POR FAVOR ESCRIBE TU NOMBRE EN CADA HOJA**
- * EXPLICA TU RESPUESTA E INCLUYE LOS DETALLES**

NUMERO TOTAL DE PAGINAS: 7

TU NOMBRE:

Prob 1 /25	
Prob 2 25	
Prob 3 /25	
Prob 4 /25	
TOTAL /100	

Mucho éxito en su examen!

Análisis Complejo I - Examen 2

Problema 1:

Sean P y Q funciones complejo-valuadas en una curva γ . Muestra que la función

$$F(w) = \int_{\gamma} \frac{Pdx}{z-w} + \int_{\gamma} \frac{Qdy}{z-w}, \quad z = x + iy$$

es analítica para $w \in \mathbb{C} \setminus \gamma$. Expresa $F'(w)$ como una integral de línea sobre γ .

Análisis Complejo I - Examen 2

Problema 2:

Sea f una función analítica sobre una curva cerrada γ y en el interior de ésta. Supongamos que $f(z)$ es diferente de cero para toda z sobre y en el interior de γ salvo en el punto a que está en el interior de γ donde la función tiene un cero simple. Demuestre que

$$a = \frac{f'(a)}{2\pi i} \oint \frac{z}{f(z)} dz.$$

Análisis Complejo I - Examen 2

Problema 3:

Usa la fórmula integral de Cauchy para calcular las siguientes integrales

(a)

$$\oint_{|z|=2} \frac{z^n}{z-1} dz, n \geq 0.$$

(b)

$$\oint_{|z|=1} \frac{z^n}{z-2} dz, n \geq 0.$$

(c)

$$\oint_{|z|=1} \frac{dz}{z^2(z^2-4)e^z}$$

Análisis Complejo I - Examen 2

(d)

$$\oint_{|z|=1} \frac{\cosh(z)}{z^3} dz$$

(e)

$$\oint_{|z-1|=2} \frac{dz}{z(z^2-4)e^z}$$

Análisis Complejo I - Examen 2

Problema 4: Encuentra una transformación lineal fraccionaria que transforme

(a) El eje real en la circunferencia unitaria, y el semiplano $\{Im(z) > 0\}$ en el disco $\{|z| < 1\}$

(b) Los puntos $1, i, -1$ en $i, -1, 1$ respectivamente. Cual es la imagen de $\{|z| < 1\}$?

Análisis Complejo I - Examen 2

(c) Los puntos $-1, 0, 1$ en $-1, i, 1$ respectivamente. Cual es la imagen de $\{|z| < 1\}$?