ANÁLISIS COMPLEJO - 2018. TAREA 2

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Jueves, 22 de febrero
Antes de las 11:10 AM 100%
Después de las 11:10 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Determina las factores fase de las funciones $z^a(1-z)^b$ en los puntos $z = 0$ y $z = 1$. Cuales son las condiciones en a y b que garantices que $z^a(1-z)^b$ se pueda definir de manera continua y uni-valuada en $\mathbb{C} \setminus [0, 1]$?
Problema 2: Encuentra los puntos "rama" de $(z^3 - 1)^{1/3}$ y describe la superficie de Riemann de esa función.
Problema 3: Muestra que

$$\tan^{-1} z = \frac{1}{2i} \log\left(\frac{1 + iz}{1 - iz}\right),$$

en donde ambos lados de la ecuación deben interpretarse en subconjuntos del plano complejo. Es decir, muestra que $\tan w = z$ si y solo si $2iw$ es uno de los valores del logaritmo del lado derecho.
Problema 4: Denotemos por S las dos rendijas a lo largo del eje imaginario en el plano complejo, una de i a $+i\infty$ y la otra de $-i$ a $-i\infty$. Muestra que $(1 + iz)/(1 - iz)$ cae en el eje real negativo $(-\infty, 0]$ is y solo si $z \in S$. Muestra que la rama principal

$$Tan^{-1} z = \frac{1}{2i} Log\left(\frac{1 + iz}{1 - iz}\right)$$

mapea $\mathbb{C} \setminus S$ de manera biyectiva en la tira $\{|Rew| < \pi/2\}$.
Problema 5: Describe la superficie de Riemann de $\tan^{-1} z$