ANÁLISIS COMPLEJO - 2018. TAREA 5

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Viernes, 23 de marzo

Problema 1 (Pag 75): Evalua $\int_\gamma y^2dx + x^2dy$ a lo largo de la trayectoria γ de $(0,0)$ a $(2,4)$:

(a) El arco de la parábola $y = x^2$
(b) La línea horizontal de $(0,0)$ a $(2,0)$, seguido de la línea vertical de $(2,0)$ a $(2,4)$
(c) La línea vertical de $(0,0)$ a $(0,4)$, seguido de la línea horizontal de $(0,4)$ a $(2,4)$

Problema 2 (Pag 75): Evalua $\in_\gamma ydx$ directamente y usando el teorema de Green, donde γ es el semicírculo en el semiplano superior de $-R$ a R.

Problema 3 (Pag 75): Muestra que si P y Q son funciones continuas complejo-valuadas en una trayectoria γ, entonces

$$F(w) = \int_\gamma \frac{Pdx}{z-w} + \int_\gamma \frac{Qdy}{z-w}, \quad (z = x + iy)$$

es analítica para $w \in \mathbb{C} \setminus \gamma$. Expresa $F'(w)$ como una integral de línea sobre γ.

Problema 4 (Pag 82): Determina si cada una de las siguientes integrales de línea es independiente del camino. Si lo es, encuentra una función h tal que $dh = Pdx + Qdy$. Si no, encuentra una trayectoria cerrada γ sobre la cual la integral no es cero.

(a) $xdx + ydy$.
(b) $x^2dx + y^5dy$.
(c) $ydx + xdy$.
(d) $ydx - xdy$.

Problema 5 (Pag 82): Muestra que cualquier trayectoria cerrada $\gamma(t), 0 \leq t \leq 1$, en el anillo $\{a < |z| < b\}$ se puede deformar continuamente a la trayectoria circular $\sigma(t) = \gamma(0)e^{2\pi imt}, 0 \leq t \leq 1$, para algún entero t. *Sugerencia:* Reduce al caso donde $|\gamma(t)| = |\gamma(0)|$ es constante. Después encuentra una subdivisión $0 = t_o < t_2 < \ldots < t_n = 1$ tal que $arg(\gamma(t))$ está determinada de manera continua en cada intervalo $t_{j-1} \leq t \leq t_j$.