ANÁLISIS COMPLEJO - 2018. TAREA 6

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Martes, 3 de abril
Antes de las 11:10 AM 100%
Después de las 11:10 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1 (Pag 84): Muestra que una función complejo valuadas $h(z)$ en un dominio D tipo estrella es armónica si y solo si $h(z) = f(z) + \overline{g(z)}$, donde $f(z)$ y $g(z)$ son funciones analíticas en D.
Problema 2 (Pag 86): Sea $f(z)$ una función continua en un dominio D. Muestra que si $f(z)$ tiene la propiedad del valor medio con respecto a círculos como se definió en clase, entonces $f(z)$ tiene la propiedad de valor medio con respecto a discos. Es decir, si $z_o \in D$ y D_o es un disco con centro en z_o con area A y contenido en D, entonces

$$f(z_o) = \frac{1}{A} \int \int_{D_o} f(z) dx dy.$$

Problema 3 (Pag 89): Sea $f(z)$ una función analítica acotada en el semi-plano derecho. Supongamos que $f(z)$ se extiende de manera continua al eje imaginario y que se satisface $|f(iy)| \leq M$ para todos los puntos iy en el eje imaginario. Muestra que $|f(z)| \leq M$ para todos los puntos z en el semi-plano. *Sugerencia:* Para $\epsilon > 0$ pequeño, consideren $(z+1)^{-\epsilon} f(z)$ en un semi-disco grande.
Problema 4 (Pag 89): Sea $f(z)$ una función analítica acotada en el disco abierto unitario $\mathbb{D}$. Supongamos que hay un número finito de puntos en la frontera tal que $f(z)$ se extiende de manera continua a los arcos de $\partial\mathbb{D}$ que separan los puntos y satisface $|f(e^{i\theta})| \leq M$ ahí. Muestra que $|f(z)| \leq M$ en $\mathbb{D}$. *Sugerencia:* En el caso en el que hay un número excepcional $z = 1$, considera la función $(1-z)^{\epsilon} f(z)$.
Problema 5 (Pag 89): Sea $f(z)$ una función analítica acotada en una tira horizontal en el plano complejo. Supongamos que $f(z)$ se extiende de manera continua a las lineas fronterizas de la tira y que se satisface $|f(z)| \leq M$ ahí. Muestra que $|f(z)| \leq M$ para todo z en la tira. *Sugerencia:* Encuentra un mapeo conforme de la tira a $\mathbb{D}$ y aplica el ejercicio anterior.