ANÁLISIS COMPLEJO - 2018. TAREA 8

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 30 de abril
Antes de las 11:10 AM 100%
Después de las 11:10 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1 (Pag 122): Sea L una línea en el plano complejo. Supongamos que $f(z)$ es una función continua complejo-valuada en un dominio D que es analítica en $D \setminus L$. Muestra que $f(z)$ es analítica en D.

Problema 2 (Pag 122): Sea $h(t)$ una función continua en el intervalo $[a, b]$. Muestra que la transformada de Fourier

$$H(z) = \int_a^b h(t)e^{-itz}dt$$

es una función entera que satisface

$$|H(z)| \leq Ce^{A|y|}, z = x + iy \in \mathbb{C},$$

para algunas constantes $A, C > 0$. *Nota:* Una función entera que satisface tal restricción en el crecimiento se llama una función entera de tipo finito.

Problema 3 (Pag 128): Calcula

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(az^2 + bz\bar{z} + c\bar{z}^2 \right).$$

Usa el resultado para determinar donde $az^2+bz\bar{z}+c\bar{z}^2$ es complejo diferenciable y donde es analítica.

Problema 4 (Pag 128): Muestra que

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = 4\frac{\partial^2}{\partial z \partial \bar{z}}.$$

Deduce lo siguiente, para funciones suaves h complejo valaudas

- h es armónica si y solo si $\partial^2 h/\partial z \partial \bar{z} = 0$.
- h es armónica si y solo si $\partial h/\partial z$ es analítica.
- Si h es armónica, entonces cada $m-$ésima derivada parcial de h es una combinación lineal de $\partial^m h/\partial z^m$ y $\partial^m h/\partial \bar{z}^m$.

Problema 5 (Pag 129): Muestra la siguiente versión de la regla de la cadena para funciones suaves complejo-valuadas $w = w(z), h = h(w)$:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}}(h \circ w) = \frac{\partial h}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial h}{\partial \bar{w}}\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}}.$$
$$\frac{\partial}{\partial z}(h \circ w) = \frac{\partial h}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial h}{\partial \bar{w}}\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}.$$