ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS - 2018-1. TAREA 1

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 27 de agosto
Antes de las 11:40 AM 100%
Después de las 11:40 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Considera el teorema de Picard-Lindelof. Muestra que si, además de las condiciones del teorema, $f(t,y)$ es analítica en R (i.e., en una vecindad de cada punto $(t^0, y^0) \in R$, $f(t,y)$ se puede representar como una serie convergente de potencias en $t - t^0, y^1 - y^{01}, \ldots, y^d - y^{0d}$), entonces la solución $y = y(t)$ del teorema es analítica en $[t_o, t_o + \alpha]$.

Problema 2: Considera el teorema de Picard-Lindelof y la notación en el Hartman. Si en el teorema, v está cerca de y_o, entonces el problema de valor inicial

$$\begin{cases} y'(t) & = & f(t, y(t)) \\ y(t_o) & = & v \end{cases}$$

tiene una solución única $y = y(t,v)$ en algún intervalo $t_o, t_o + \beta$ independiente de v. Muestra qye $y(t,v)$ es uniformemente Lipschitz continuo con respecto a (t,v) para $t_o \leq t \leq t_o + \beta, v \approx y_o$.

Problema 3: Otra prueba del teorema de existencia de Peano. Se puede demostrar (no demostrarlo) que existe una sucesión $\{f_k(t,y)\}_k$ en R tal que converge uniformemente a $f(t,y)$ en R, $f_n(t,y) \leq M$ para $(t,y) \in R, n = 1, 2, \ldots$ y $f_n(t,y)$ es uniformemente Lipschitz continua con respecto a y. Considera el problema

$$\begin{cases} y'(t) & = & f_n(t, y(t)) \\ y(t_o) & = & y_o \end{cases}$$

y aplica el teorema Picard-Lindelof y el teorema 2.4 del primer capítulo de Hartman para demostrar la existencia de soluciones.