ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS - 2018-1. TAREA 2

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 3 de septiembre
Antes de las 11:40 AM 100%
Después de las 11:40 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Considera el yeorema de Kneser y la notación vista en clase. Supongamos que y es un escalar. Entonces el teorema tiene una demostración muy sencilla aún sin la suposición de que $t_o \leq t \leq t_o + \alpha$. La conclusión es que S_c es el vacío, un punto, o un intervalo cerrado. Demuestra el teorema de Kneser en este caso mostrando que si $y_1, y_2 \in S_c$ son tales que el problema

$$\left\{ \begin{array}{lcl} y' & = & f(t,y) \\ y(t_o) & = & y_o \end{array} \right. \tag{0.0.1}$$

tiene soluciones $y_j(t)$ en $[t_o, c]$, $y_j(c) = y_j$ para $j = 1, 2$, y $y_1 < y_o < y_2$, entonces $y_o \in S_c$.

Problema 2: Muestra mediante un ejemplo que S_c no es necesariamente convexo si $d > 1$, donde y es un vector de dimensión d. e.g., si $d = 2$, S_c puede ser la frontera de un círculo.

Problema 3:

(a) Sea $f = f(t, y)$ continua en $t_o \leq t \leq t_o + a$ y todo y. Sea $t_o < c \leq t_o + a$ y supongamos que todas las soluciones del problema (0.0.1) existen en $t_o \leq t \leq c$. Entonces S_c es un continuo.

(b) Muestra mediante que ejemplo que S_c no es necesariamente conexo si $d = 2$ y no todas las soluciones del problema (0.0.1) existen para $t_o \leq t \leq t_o + c$.