ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS - 2018-1. TAREA 3

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 10 de septiembre
Antes de las 11:40 AM 100%
Después de las 11:40 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Demuestra que la desigualdad de Gronwall implica la parte de unicidad del Teorema de Picard-Lindelöf.
Problema 2: Sean $f(t, y), g(t, y)$ funciones continuas en la franja $a \leq t \leq b$, y arbitrario tales que $f^k(t, y) < g^k(t, y)$ para $k = 1, \ldots, d$ y que para cada $k = 1, \ldots, d$ ya sea que $f^k(t, y^1, \ldots, y^d)$ o $g^k(t, y^1, \ldots, y^d)$ es no-decreciente con respecto a y^i, $i \neq k$. En $a \leq t \leq b$, sea $y = y(t)$ una solución de $y' = f(t, y), y(a) = y_o$ y $z = z(t)$ una solución de $z'(t) = g(t, z), z(a) = z_o$, donde $y_o^k \leq z_o^k$ para $k = 1, \ldots, d$. Entonces $y^k(t) \leq z^k(t)$ para $a \leq t \leq b$.
Problema 3: Sea $f(t, y)$ una función continua en la franja $t_o \leq t \leq t_o + a$, y arbitrario. Supongamos que se tiene la desogualdad $|f(t, y)| \leq \varphi(t)\psi(|y|)$, donde $\varphi(t) \geq 0$ es integrable en $[t_o, t_o + a]$ y $\psi(u)$ es una función continua positiva en $u \geq 0$ y tal que

$$\int_o^\infty \frac{du}{\psi(u)} = \infty.$$

Muestra que la conclusión del teorema de Wintner sigue siendo válida.