ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS - 2018-1. TAREA 5

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 24 de septiembre
Antes de las 11:40 AM 100%
Después de las 11:40 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Supongamos que existe una constante K tal que una función matriz fundamental X del sistema $\dot{\boldsymbol{x}} = A(t)\boldsymbol{x}$ satisface $|X(t)| \leq K, t \geq \beta$, y

$$\lim \inf_{t\to\infty} \int_\beta^t trA(s)ds > -\infty.$$

Demuestra que X^{-1} está acotada en $[\beta, \infty)$ y ninguna solución no trivial del sistema converge a cero cuando $t \to \infty$.

Problema 2: Supongamos que A satisface las condiciones del ejercicio anterior y que $B(t)$ es una función matriz $n \times n$ continua para $t \geq \beta$ tal que

$$\int_\beta^\infty ||A(t) - B(t)||dt < \infty.$$

Demuestra que cada solución de $\dot{\boldsymbol{y}} = B(t)\boldsymbol{y}$ está acotada en $[\beta, \infty)$. Para cualquier solución de $\dot{\boldsymbol{x}} = A(t)\boldsymbol{x}$, demuestra que existe una única solución $\dot{\boldsymbol{y}} = B(t)\boldsymbol{y}$ tal que $\boldsymbol{y}(t) - \boldsymbol{x}(t) \to 0$ cuando $t \to \infty$.

Problema 3:

Supongamos que el sistema $\dot{\boldsymbol{x}} = A(t)\boldsymbol{x}$ es asintoticamente uniformemente estable. Sea $f = f(t, \boldsymbol{x})$ tal que para cada $\epsilon > 0$, existe un $\sigma > 0$ tal que

$$|f(t, \boldsymbol{x})| \leq \epsilon|\boldsymbol{x}|, t \in \mathbb{R}.$$

Sea $b = b(t)$ tal que $b(t) \to 0$ cuando $t \to \infty$. Demuestra que existe una $T > \beta$ tal que cualquier solución $\boldsymbol{x}$ de

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A(t)\boldsymbol{x} + f(t, \boldsymbol{x}) + b(t)$$

converge a cero cuando $t \to \infty$ si $|\boldsymbol{x}(T)|$ es suficientemente pequeño.