ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS - 2018-1. TAREA 7

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 8 de octubre
Antes de las 11:40 AM 100%
Después de las 11:40 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Sea $b : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua tal que $-1 < b(t) < 2$ para toda $t \in \mathbb{R}$. Describir el comportamiento a largo plazo de las soluciones de la ecuación diferencial,

$$\frac{dy}{dt} + 2y = b(t).$$

Justifica la respuesta con tanta precisión como sea posible.

Problema 2: Un modelo de crecimiento poblacional dice que la población y(t) cree de acuerdo a la ley

$$\frac{dy}{dt} = \kappa y^{1+\epsilon}$$

donde $\kappa, \epsilon > 0$ y ϵ es pequeña.

(a) Cuánto tiempo tarda la población inicial en hacerse infinita?
(b) Responder la misma pregunta del inciso anterior para el caso $\epsilon = 0$ y comparar este caso con el caso cuando ϵ es muy pequeña.

Problema 3: Sea $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ una función de clase C^1. Suponer que la divergencia es cero, es decir, $\nabla \cdot f(\boldsymbol{x}) = 0$ para toda $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$. Recordar que esta condición implica que el sistema $\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x})$ preserva el volumen. Probar que este sistema no puede tener un punto fijo asintóticamente estable.
Nota: Parte de la tarea es investigar qué significa que preserve volumen.