

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS - 2018-1. TAREA 8

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Lunes, 15 de octubre

Antes de las 11:40 AM 100%

Después de las 11:40 AM y antes de las 5 PM 80%

No se aceptarán tareas después de las 5 PM

Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: El origen es un punto fijo del sistema,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x + z \\ \dot{y} &= -y + z^2 \\ \dot{z} &= z.\end{aligned}$$

Encontrar las variedades estable e inestable globales para el origen. Para cada variedad, identificar su dimensión y el correspondiente espacio tangente en el origen.

Problema 2: Dado el sistema de Floquet:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} -\sin(2t) & \cos(2t) - 1 \\ \cos(2t) + 1 & \sin(2t) \end{pmatrix} \mathbf{x}.$$

Muestre que

$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} e^t(\cos t - \sin t) & e^{-t}(\cos t + \sin t) \\ e^t(\cos t + \sin t) & e^{-t}(-\cos t + \sin t) \end{pmatrix}$$

es una matriz fundamental del sistema.

- Encuentre los multiplicadores de Floquet del sistema.
- Enuncie un teorema que le permita determinar la estabilidad de la solución trivial.

Problema 3: Dado el sistema de Floquet

$$\dot{\mathbf{x}} = A(t)\mathbf{x} \text{ con } A(t+T) = A(t), -\infty < t < \infty,$$

$A(t)$ matriz periódica con periodo mínimo T

$$A(t) = \begin{pmatrix} -1 + \frac{3}{2} \cos^2 t & 1 - \frac{3}{2} \sin t \cos t \\ -1 - \frac{3}{2} \sin t \cos t & -1 + \frac{3}{2} \sin^2 t \end{pmatrix}$$

- Encuentre los multiplicadores de Floquet.
- Determine la estabilidad de la solución trivial.
- Muestre que:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} -e^{\frac{1}{2}t} \cos t \\ e^{\frac{1}{2}t} \sin t \end{pmatrix}$$

es solución del sistema.