

**Cálculo II - Licenciatura en Tecnología: Examen 1**

**Profesor: Gerardo Hernández Dueñas**

**Febrero 27, 2019**

- \* POR FAVOR ESCRIBE TU NOMBRE EN CADA HOJA**
- \* EXPLICA TU RESPUESTA E INCLUYE LOS DETALLES**

**NUMERO TOTAL DE PAGINAS: 6**

**TU NOMBRE:**

---

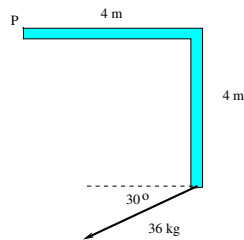
Prob 1 /15	
Prob 2 /15	
Prob 3 /20	
Prob 4 /15	
Prob 5 /20	
Prob 6 /15	
TOTAL /100	

**Mucha éxito en su examen!**

Cálculo II Examen 1

**Problema 1.** Un bote navega al sur con ayuda de un viento que sopla en la dirección S36°E con magnitud de 200 kg. Encuentre el trabajo realizado por el viento si el bote se desplaza 120 m.

**Problema 2.** Encuentre la magnitud del torque alrededor de  $P$  si se aplica una fuerza de 36 kg, como se muestra en la figura.



**Problema 3:**

- (a) Sea  $\mathbf{P}$  un punto que no está sobre el plano que pasa por los puntos  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  y  $\mathbf{S}$ . Demuestre que la distancia  $d$  de  $\mathbf{P}$  al plano es

$$d = \frac{|\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})|}{|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|},$$

donde  $\mathbf{a} = \overline{QR}$ ,  $\mathbf{b} = \overline{QS}$  y  $\mathbf{c} = \overline{QP}$ .

- (b) Utilice la fórmula del inciso (a) para encontrar la distancia del punto  $\mathbf{P}(1, 2, 4)$  al plano que pasa por los puntos  $\mathbf{Q}(1, 0, 0)$ ,  $\mathbf{R}(0, 2, 0)$  y  $\mathbf{S}(0, 0, 3)$ .

Cálculo II Examen I

**Problema 4:** Encuentra el área del paralelogramo con vértices  $A(-2, 1)$ ,  $B(0, 4)$ ,  $C(4, 2)$  y  $D(2, -1)$ .

**Problema 5.** La desigualdad de Cauchy-Schwarz nos dice que

$$|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}||\mathbf{b}|.$$

La *Desigualdad del Triángulo* para vectores es

$$|\mathbf{a} + \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$$

- (a) Dá una interpretación geométrica de la Desigualdad del Triángulo
- (b) Usa la desigualdad de Cauchy-Schwarz para demostrar la desigualdad del triángulo. *Sugerencia:* Usa el hecho de que  $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|^2 = (\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{b})$  y usa la propiedad distributiva del producto punto.

Cálculo II Examen I

**Problema 6.** Si  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_2$  y  $\mathbf{v}_3$  son vectores no coplanares, sea

$$\mathbf{k}_1 = \frac{\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_3}{\mathbf{v}_1 \cdot (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_3)}, \mathbf{k}_2 = \frac{\mathbf{v}_3 \times \mathbf{v}_1}{\mathbf{v}_1 \cdot (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_3)}, \mathbf{k}_3 = \frac{\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2}{\mathbf{v}_1 \cdot (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_3)}$$

(Estos vectores se presentan en el estudio de cristalografía. Vectores de la forma  $n_1\mathbf{v}_1 + n_2\mathbf{v}_2 + n_3\mathbf{v}_3$  donde  $n_i$  es un entero, forman una *celosía* para un cristal. Vectores escritos de manera semejante en términos de  $\mathbf{k}_1$ ,  $\mathbf{k}_2$  y  $\mathbf{k}_3$  forman la celosía recíproca.)

(a) Demuestra que  $\mathbf{k}_i$  es perpendicular a  $\mathbf{v}_j$  si  $i \neq j$ .

(b) Demuestra que  $\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{v}_j = 1$  para toda  $i = 1, 2, 3$

(c) Demuestra que  $\mathbf{k}_1 \cdot (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{k}_3) = \frac{1}{\mathbf{v}_1 \cdot (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_3)}$ .