á

CÁLCULO II - 2019. TAREA 3

PROFESOR: GERARDO HERNÁNDEZ DUEÑAS

Para entregar : Miércoles, 27 de Febrero de 2019
Antes de las 8:10 AM 100%
Después de las 8:10 AM y antes de las 5 PM 80%
No se aceptarán tareas después de las 5 PM
Se darán solo créditos parciales a respuestas que no incluyan detalles

Problema 1: Use el producto tripe escalar para verificar que los vectores $\boldsymbol{u} = (1, 5, -2), \boldsymbol{v} = (3, -1, 0)$, $w = (5, 9, -4)$ son coplanares.

Problema 2:

(a) Sea $\boldsymbol{P}$ un punto que no está sobre el plano que pasa por los puntos $\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{R}$ y $\boldsymbol{S}$. Demuestre que la distancia d de $\boldsymbol{P}$ al plano es
$$d = \frac{|\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c})|}{|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}|},$$
donde $\boldsymbol{a} = \overline{QR}, \boldsymbol{b} = \overline{QS}$ y $\boldsymbol{c} = \overline{QP}$.

(b) Utilice la fórmula del inciso (a) para encontrar la distancia del punto $\boldsymbol{P}(1, 2, 4)$ al plano que pasa por los puntos $\boldsymbol{Q}(1, 0, 0), \boldsymbol{R}(0, 2, 0)$ y $\boldsymbol{S}(0, 0, 3)$.

Problema 3: Demuestre que $(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) \times (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) = 2\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$.

Problema 4: Demuestre la siguiente fórmula para el triple producto vectorial
$$\boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c})\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b})\boldsymbol{c}$$

Problema 5: Usa el ejercicio anterior para demostrar que
$$\boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) + \boldsymbol{b} \times (\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{a}) + \boldsymbol{c} \times (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) = 0.$$

Problema 6: Demuestra que
$$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot (\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{d}) = \begin{vmatrix} \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c} & \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c} \\ \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{d} & \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{d} \end{vmatrix}$$

Problema 7: Si $\boldsymbol{u}$ es un vector unitario y $\boldsymbol{a}$ es ortogonal a $\boldsymbol{u}$, demuestra que
$$\boldsymbol{u} \times (\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{a}) = -\boldsymbol{a}.$$