

Tarea-Examen 1

Curso: Introducción a Teoría de la Computación

Profesores: Laura Elena Morales Guerrero y Sergio Rajsbaum. Ayudante: Fabiola Zárate

Fecha: Marzo 4, 2005; entregar jueves marzo 17

- Se puede entregar en equipos de a lo más dos personas, pero cada una debe entregarla por separado, indicando el nombre de la otra persona
- Explica en detalle todas tus respuestas

Una máquina de Turing (MT) es una 7-tupla $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_y, q_n)$, donde Q , Σ , y Γ son conjuntos finitos y: Q es el conjunto de estados; Σ es el alfabeto de entrada que no incluye el símbolo especial de “blanco”: \perp ; Γ es el alfabeto de la cinta, $\perp \in \Gamma$ y $\Sigma \subseteq \Gamma$; $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ es la función de transición; $q_0 \in Q$ el estado inicial; $q_y \in Q$ el de aceptación; $q_n \in Q$ el de rechazo, y $q_y \neq q_n$.

1. Define formalmente una máquina enumeradora. Considérala como un tipo de MT de dos cintas que utiliza su segunda cinta como impresora. Incluye una definición del lenguaje enumerado.
2. Demuestra que el conjunto de lenguajes decidibles es contable. Y que es cerrado bajo las operaciones de (1) unión, (2) complementación, (3) intersección. ¿Cuál de estos casos se cumple para el conjunto de lenguajes reconocibles?
3. Demuestra que el siguiente lenguaje no es decidible: $E_{TM} = \{ \langle M \rangle : M \text{ es una TM que no acepta ninguna palabra} \}$
4. Demuestra que el siguiente lenguaje no es decidible: $EQ_{TM} = \{ \langle M, N \rangle : M, N \text{ son TM's que aceptan el mismo lenguaje} \}$.
5. Sea L un lenguaje no-decidible. El lenguaje $L' = 0L \cup 1\bar{L}$ no es reconocible ni co-reconocible. ($0L$ consiste de todas las palabras de L anteponiéndoles un 0; y similarmente para $1L$)
6. Demuestra en detalle (1) \equiv_m (inducida por \leq_m) es una relación de equivalencia, (2) $d_m(A) \subseteq d_T(A)$ para todo lenguaje A (d_m, d_T son los grados de A con respecto a \leq_m y \leq_T).
7. Define formalmente una máquina de Turing con oráculo. Incluye una definición del lenguaje aceptado.
8. Demuestra en detalle:
 - (a) El conjunto de todas las máquinas de Turing con oráculo para un lenguaje dado A es enumerable:
 $M_0^A, M_1^A, M_2^A, \dots$
 - (b) $H^A = \{ \langle i, x \rangle : M_i^A \text{ acepta } x \}$ no es A -decidible pero sí es A -reconocible (es decir, decidible o reconocible por una TM con oráculo A).
 - (c) $A <_T H^A$, es decir, $A \leq_T H^A$, pero no es cierto que $H^A \leq_T A$