Algoritmos y Estructuras de Datos
Tarea 2

Profesor: Sergio Rajsbaum, Ayudante: Jorge Figueroa

fecha de hoy: 5 de septiembre 2007, fecha de entrega: 18 de septiembre 2007

— *explica en detalle y con claridad* <u>*todas*</u> *tus respuestas* —

— *explica el funcionamiento de tus algoritmos informalmente, luego escribe el código, y luego demuestra correctez y complejidad.*—

Se permite trabajar en equipos de dos personas. Pero cada uno debe entregar la tarea resuelta por separado, e indicar el nombre de su compañero de equipo.

Tema: Notación Asintótica, Coloración, Apareamientos

1. Escribe un resumen de una cuartilla de las páginas 51 a la 67 del libro *Out of their Minds* de Shasha y Lazere, acerca de la vida y obra de Dijkstra.

2. ¿ Cómo se relacionan las funciones $\log_a$ y $\log_b$ en términos de O, Ω y Θ, donde $a < b$?

3. Resuelve lo siguiente y discute tus resultados. Para cada una de las siguientes funciones $f(n)$ y tiempo t, determina el tamaño mas grande n de un problema que puede ser resuelto en tiempo t, suponiendo que el algoritmo resuelve el problema en $f(n)$ microsegundos. Funciones: $\log_2 n$, $\log_{10} n$, $\sqrt{n}$, $n^{1/3}$, $2500n + 5000$, $n \log n$, $4n^2 + 30$, n^3, 2^n, $n!$. Tiempos: 1 segundo, 1 minuto, 1 hora, 1 dia, 1 mes, 1 año, 1 siglo.

4. Prueba los siguientes enunciados, o presenta un contraejemplo
   (a) Para cualesquiera dos funciones positivas f y g, $f(x) \in O(g(x))$ implica $2^{f(x)} \in O(2^{g(x)})$.
   (b) Para cualesquiera dos funciones positivas f y g, $f(x) \in O(g(x))$ implica $\log f(x) \in O(\log g(x))$.
   (c) Para cualquier número real x, $\lceil x \rceil - \lfloor x \rfloor = 1$
   (d) Para cualesquiera números reales x, y, $\min(x, y) + \max(x, y) = x + y$.

5. Diseña un algoritmo lineal para colorear una gráfica $G = (V, E)$ plana con 5 colores. (Tip: similar al algoritmo de 6 colores, pero al sacar un vértice de G combina dos de sus vecinos que no sean adyacentes de forma que se les asigne el mismo color. Prueba lo siguiente. Lema 1: $|E| \leq 3|V| - 6$. Lema 2: En una gráfica plana debe haber un vértice de grado menor a 5, o uno de grado 5 tal que dos de sus vecinos tengan grado menor a 12 y no sean adyacentes).

6. Apareamientos Estables
   (a) Prueba que si todos los hombres tienen la misma lista de preferencias, y también las mujeres, entonces existe un solo apreamiento estable.
   (b) Demuestra que el tiempo de ejecución del algoritmo visto en clase es $\Omega(n^2)$.