Tarea: Árboles Generadores Mínimos

Estructura de Datos y Teoría de Algoritmos

Entrega: 22 de octubre de 2008

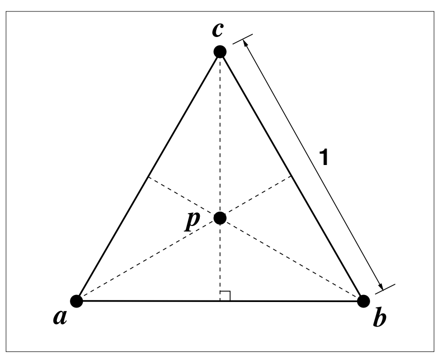
1. Sea $G(V, E)$ una gráfica pesada no dirigida con todos sus pesos distintos y positivos. Demuestra que si $G'(V', E') \subset G(V, E)$ es una subgráfica conexa de G que no es un árbol y $e = (v, w)$ es la arista más pesada de E', entonces e no está en ningún árbol generador mínimo (AGM) de G.

2. Con base en la proposición anterior demuestra que el siguiente algoritmo para obtener un AGM: $T(V, E') \subset G(V, E)$, es correcto.

   a) Inicializa $E' = E$.

   b) Mientras $T(V, E')$ no se desconecte, elimina la arista de mayor peso en E'.

3. Sean a, b y c los vértices de un triángulo equilátero de lado 1, como el mostrado en la figura de abajo.



   En lo que sigue la distancia será nuestra noción de peso.

   a) Determina el punto p equidistante de los vértices. ¿Cuanto vale d, la distancia de p a cualquiera de los vértices del triángulo?

b) Usando solamente los vértices del triángulo, ¿cuál es el árbol generador de peso mínimo?, ¿cuál es su peso?

c) Usando ahora a p, además de los vértices, ¿cuál es el árbol generador de peso mínimo?, ¿cuál es su peso?

d) Si $w(T)$ denota el peso del AGM del inciso $3b$ y $w(S)$ el del AGM del inciso $3c$, ¿cuanto vale el cociente $w(S)/w(T)$?

e) Investiga qué es un árbol de Steiner y averigua acerca de la conjetura de *Gilbert-Pollak*. Discurre al respecto, ¿qué tiene eso que ver con el problema planteado aquí?

f) Si te enfrentaras al mismo problema que enfrentó Otakar Boruvka y tuvieras libertad para escoger el número y la ubicación de subestaciones eléctricas de distribución ¿qué harías?