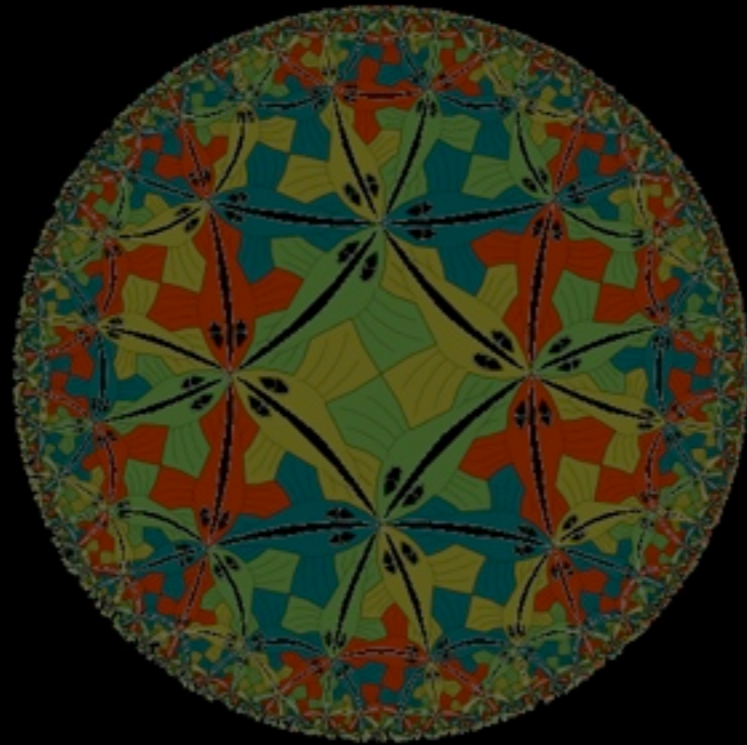


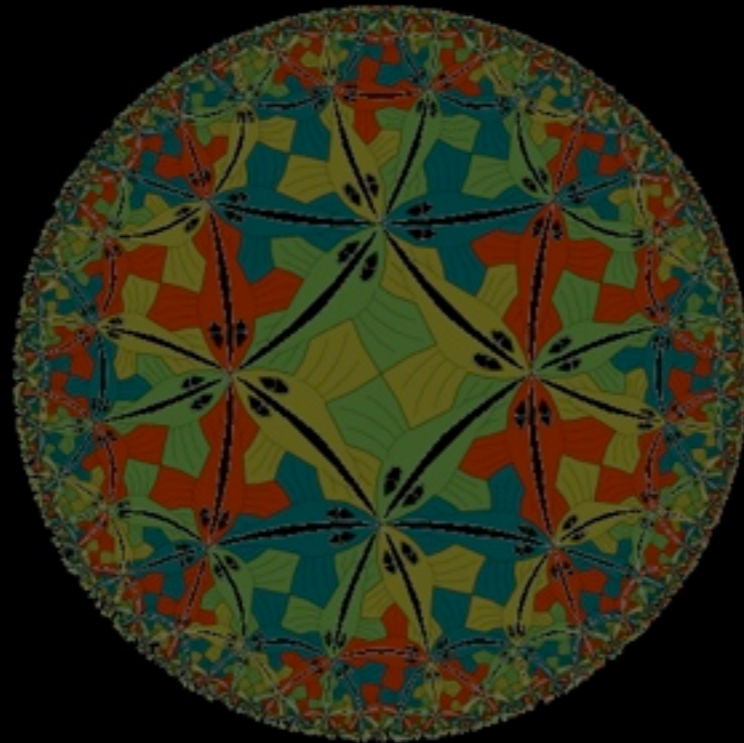
# Algoritmos y Recursión



Sergio Rajsbaum  
Instituto de Matemáticas  
UNAM

# Algoritmos y Recursión

*Una introducción para todo público, una probadita de Ciencias de la Computación*



Sergio Rajsbaum  
Instituto de Matemáticas  
UNAM

# Introducción



Computadora Pegasus 1956

# Introducción

- La computación aparece a penas al inicio del siglo XX



Computadora Pegasus 1956

# Introducción

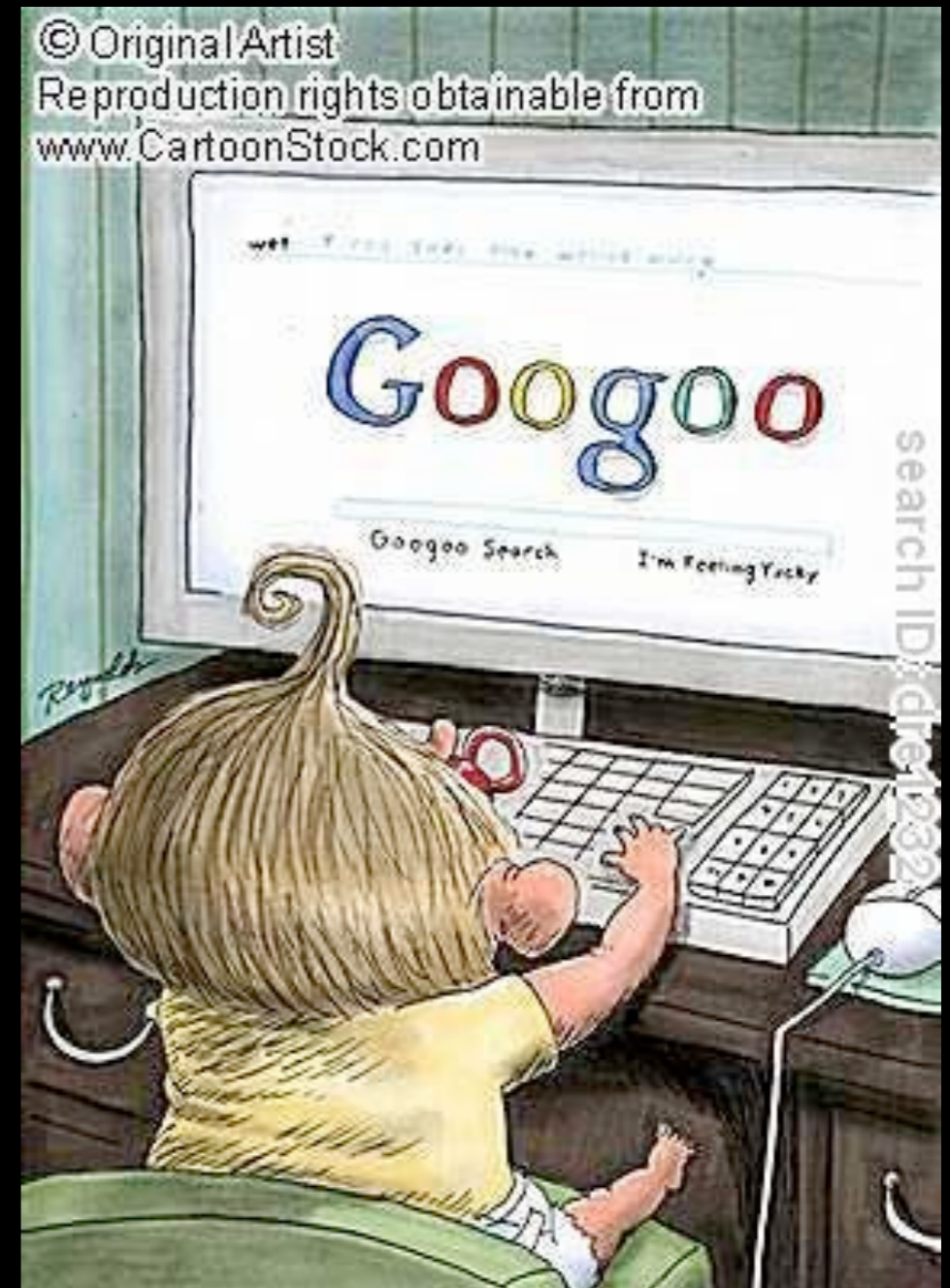
- La computación aparece a penas al inicio del siglo XX
- sin embargo, ya es parte de prácticamente todos los aspectos de nuestras vidas



Computadora Pegasus 1956

# Introducción

- La computación aparece a penas al inicio del siglo XX
- sin embargo, ya es parte de prácticamente todos los aspectos de nuestras vidas



Pero ...

# Pero ...

- ¡El objeto de estudio de la computación no son las computadoras!



# Pero ...

- ¡El objeto de estudio de la computación no son las computadoras!
- Al igual que el objeto de estudio de los astrónomos no son los telescopios, ni de los médicos son los bisturíes



# Imagina

- Computación es acerca de crear el modelo correcto para razonar acerca de un problema, y



# Imagina

- Computación es acerca de crear el modelo correcto para razonar acerca de un problema, y
- diseñar métodos para resolverlo



# Algoritmo

*Un especificación precisa y sin ambigüedades de una secuencia de pasos que se pueden ejecutar mecánicamente para resolver un problema*

# Algoritmo

*Un especificación precisa y sin ambigüedades  
de una secuencia de pasos que se pueden  
ejecutar mecánicamente para resolver un  
problema*

# Algoritmo

*Un especificación precisa y sin ambigüedades  
de una secuencia de pasos que se pueden  
ejecutar mecánicamente para resolver un  
problema*

# Algoritmo

*Un especificación precisa y sin ambigüedades de una secuencia de pasos que se pueden ejecutar mecánicamente para resolver un problema*



Un algoritmo es...

# Un algoritmo es...

- Una receta de cocina,  
pero que sí se puede  
ejecutar con precisión,  
y

# Un algoritmo es...

- Una receta de cocina, pero que sí se puede ejecutar con precisión, y
- para cualquier número de galletas



# Torres de Hanoi

# Torres de Hanoi

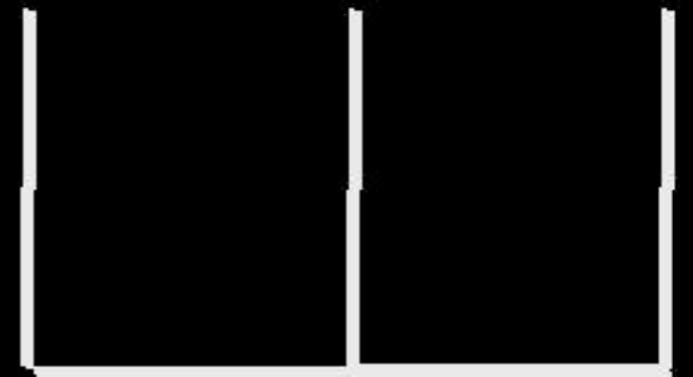
*La Leyenda*

*En el gran templo de Benares,  
debajo del domo que marca el  
centro del mundo, descansa  
una placa de latón ....*

*En el gran templo de Benares,  
debajo del domo que marca el  
centro del mundo, descansa  
una placa de latón ....*



*... en la cual están fijadas tres agujas de diamante, cada una de un brazo de altura, y tan gruesas como el cuerpo de una abeja*





*Al crear el mundo, se colocaron en una de estas agujas 64 discos de oro puro, el más grande sobra la placa de latón, y los demás, unos sobre los otros, de mayor a menor, con el más pequeño hasta arriba*



*Esta es la torre de Bramah*

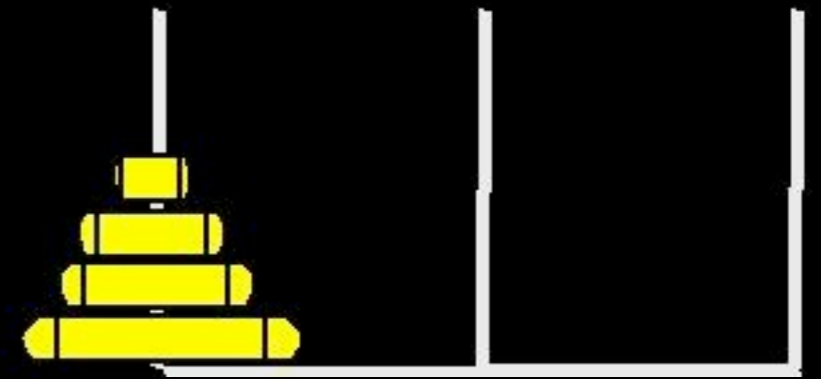


*Día y noche, los sacerdotes transferían el disco de una aguja a otra de acuerdo a las leyes inmutables de Bramah:*

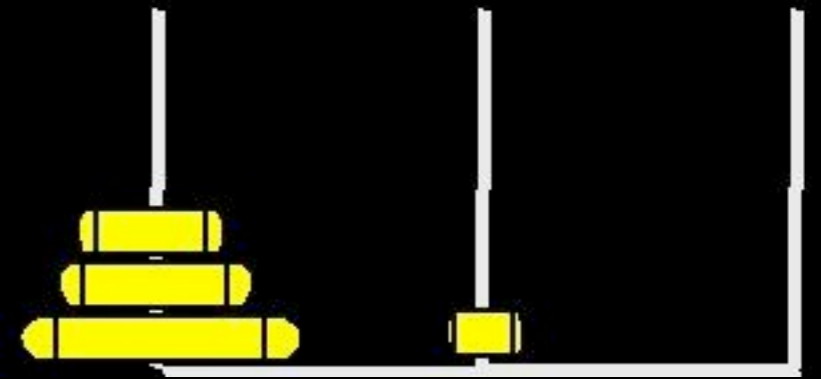




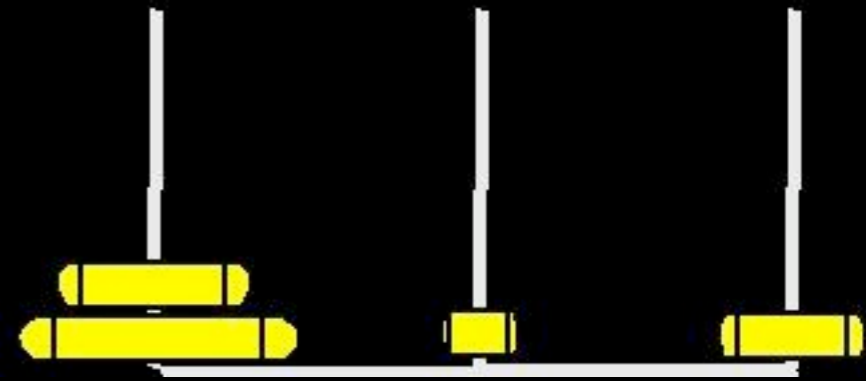
*mover un solo disco a la vez*



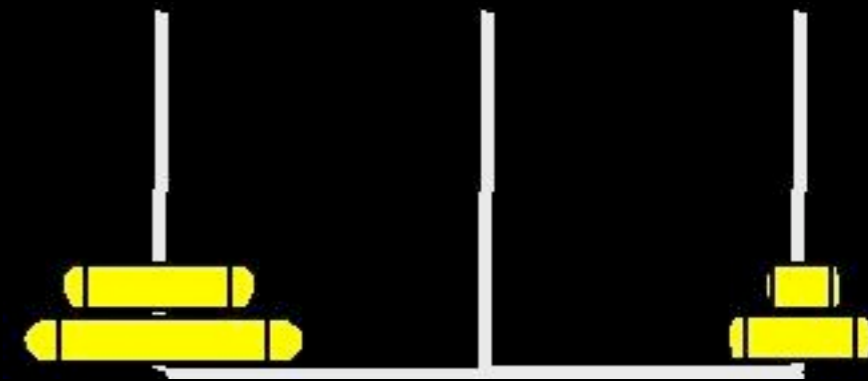
- *mover un solo disco a la vez*



- *nunca poner un disco sobre uno más pequeño*



- *nunca poner un disco sobre uno más pequeño*

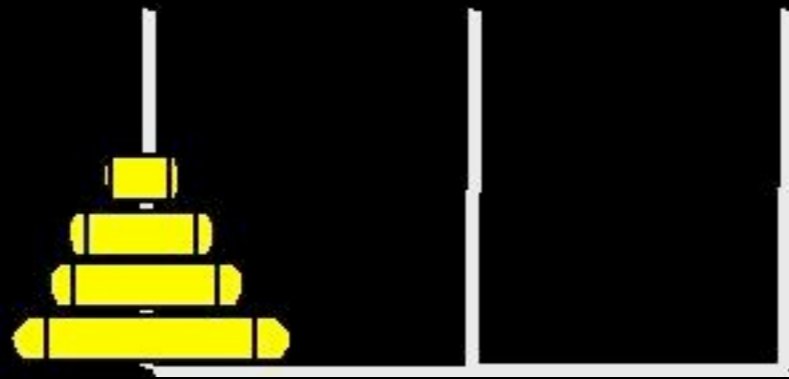


*Cuando los 64 discos se hayan transferido de la  
aguja inicial a otra de las agujas, la torre, el  
templo, y los Brahamanes quedarán hechos  
polvo, y con un trueno el mundo desaparecerá*

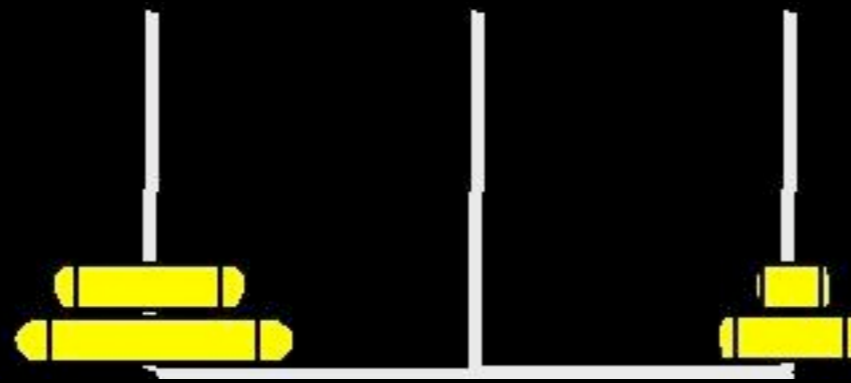


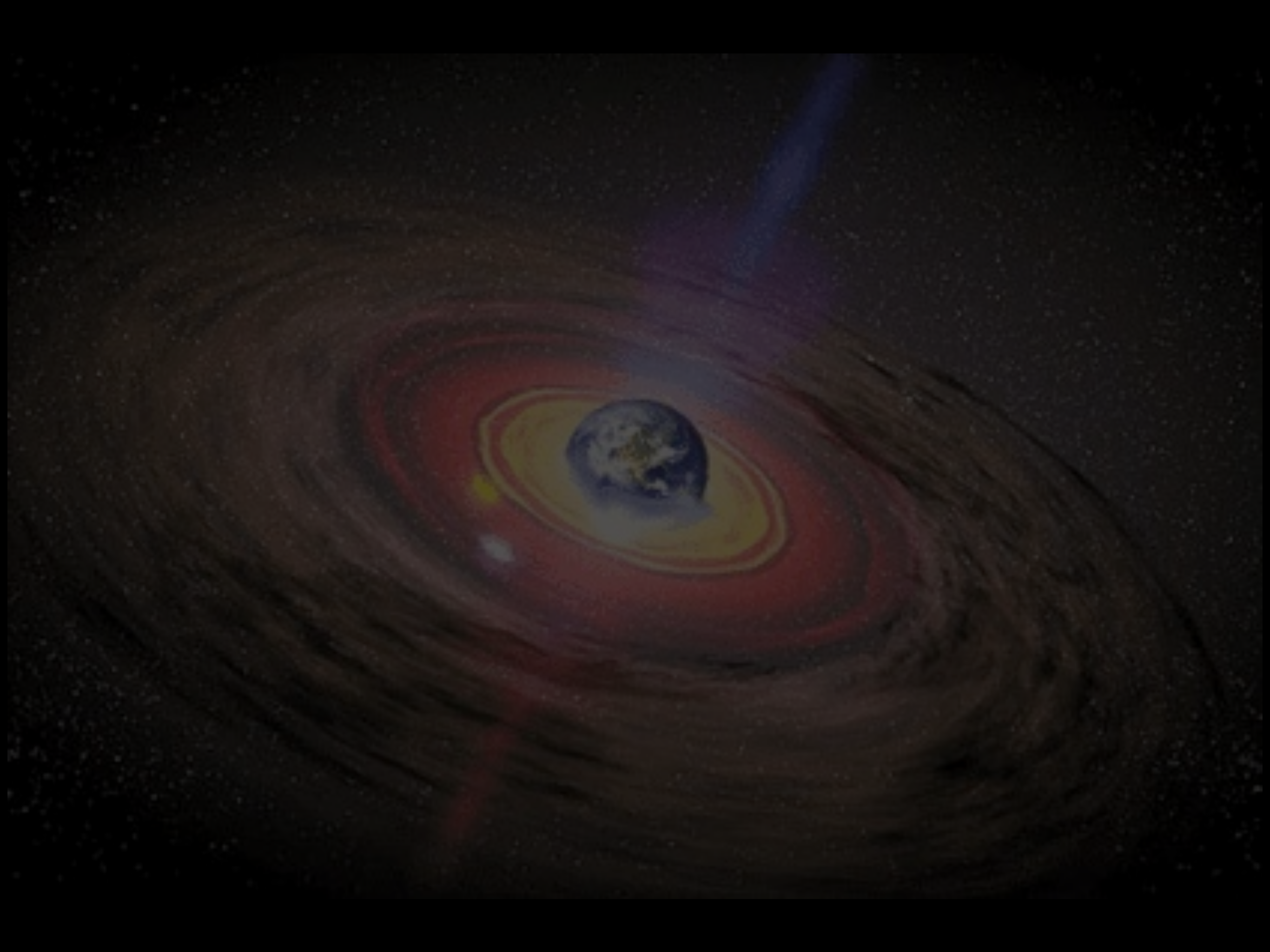


Supongamos que toma *un segundo* transferir un disco de una aguja a otra



Supongamos que toma *un segundo* transferir un disco de una aguja a otra





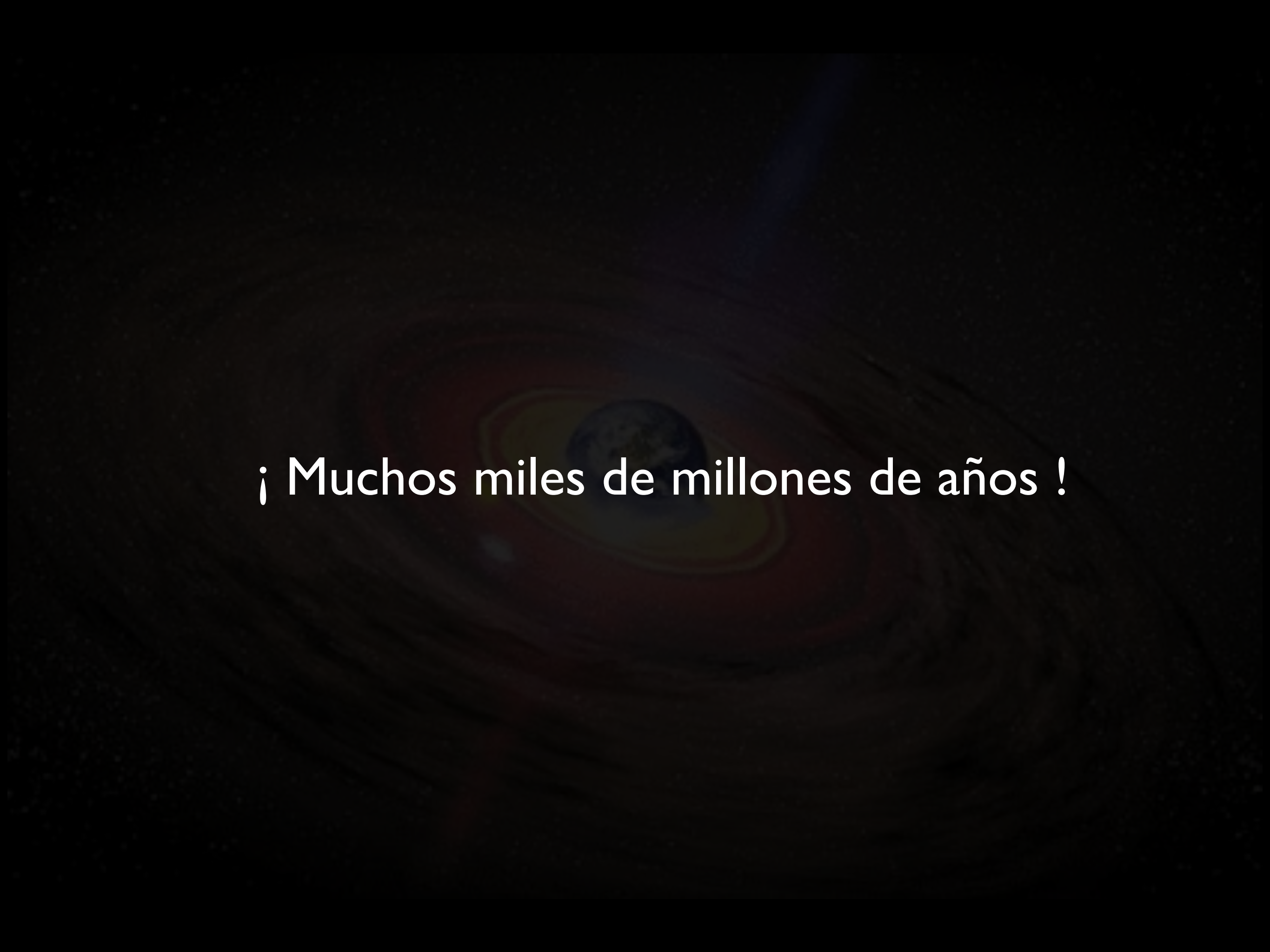
A black hole is depicted with a central event horizon and a bright accretion disk. The Earth is shown at the center of the black hole, surrounded by the innermost part of the accretion disk. The background is a dark, starry space.

¿ Cuánto tiempo tardará el mundo en desaparecer ?



Número de transferencias de discos:

18,446,744,073,709,551,615



¡ Muchos miles de millones de años !

Pero, ¿y si usáramos una veloz computadora ?





Pero, ¿y si usáramos una veloz computadora ?

Podríamos mover un millón de discos por segundo



Pero, ¿y si usáramos una veloz computadora ?

Podríamos mover un millón de discos por segundo



Y entonces, ¿cuándo se acabaría el mundo ?

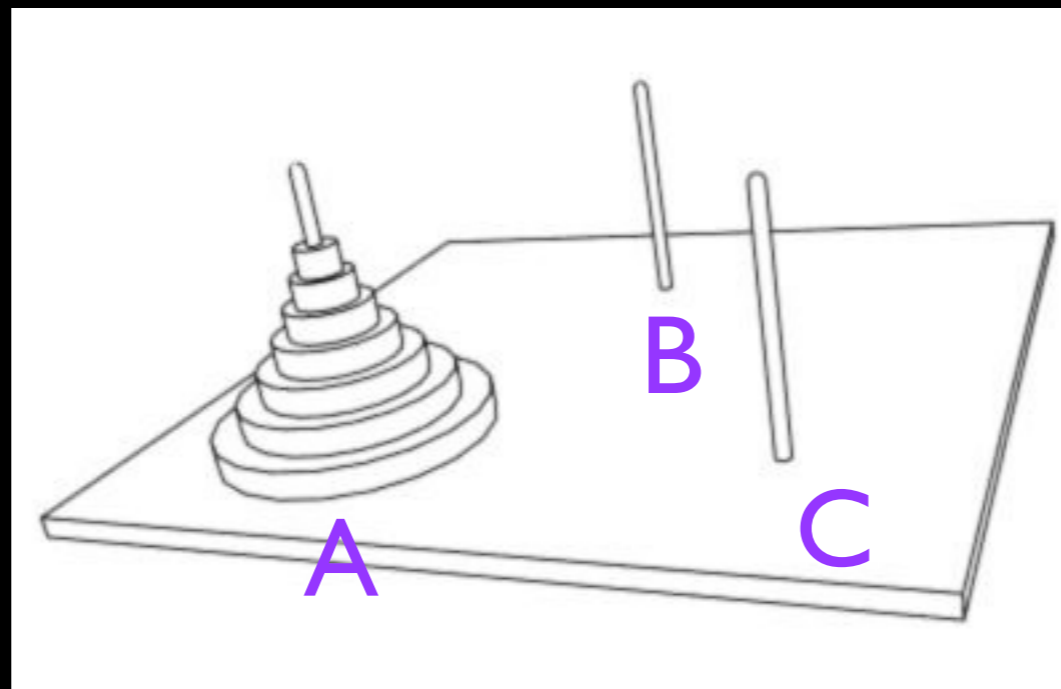
**¡ Más de 500 mil años !**



El algoritmo

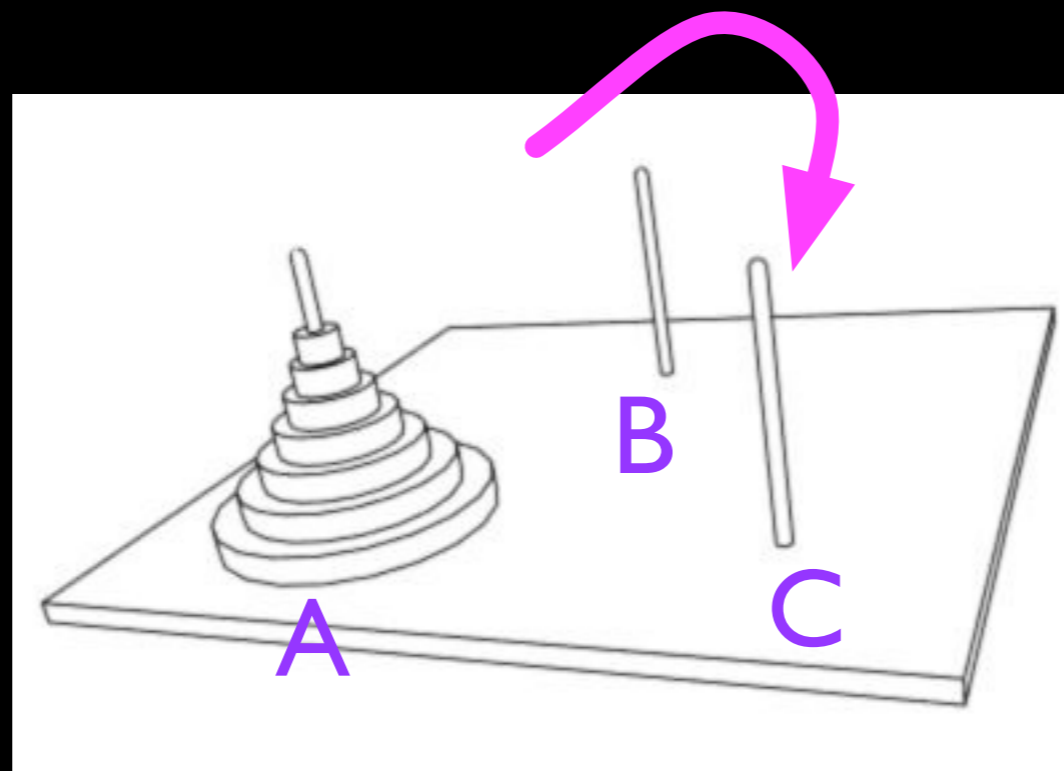
# Reglas de los Brahamanes

- Imaginemos que las agujas están en círculo



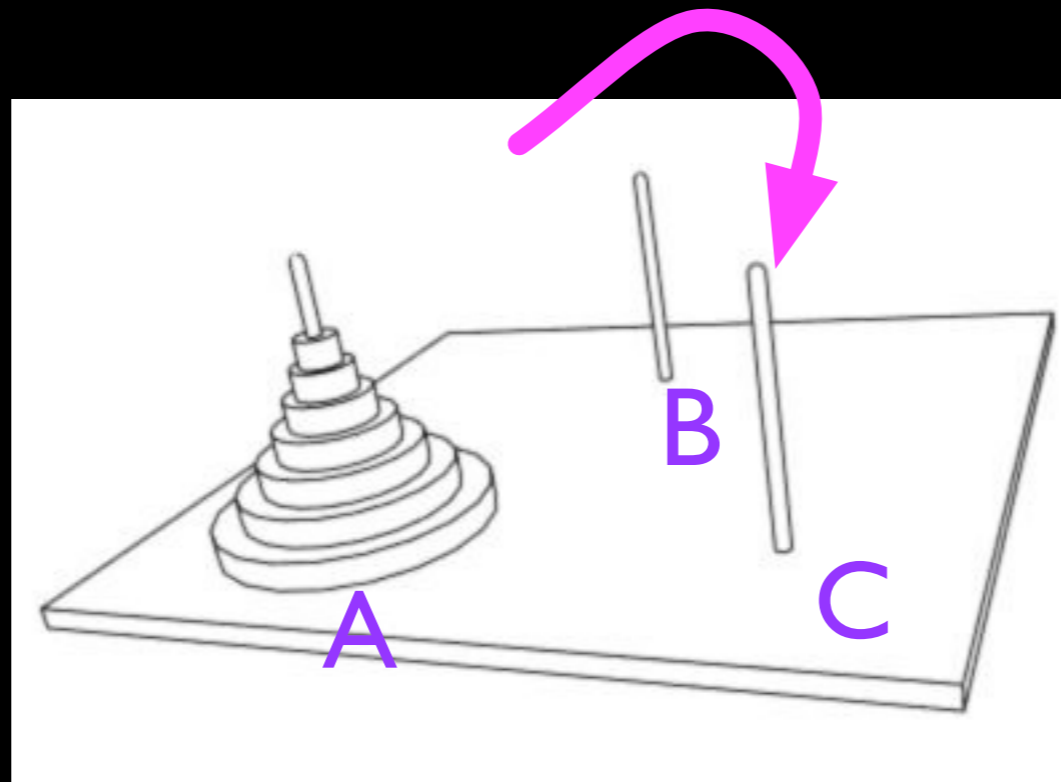
# Reglas de los Brahamanes

- Mover los discos en el sentido de las manecillas del reloj

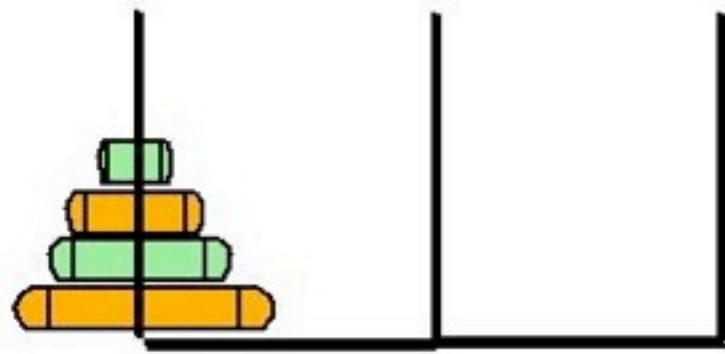


# Repitiendo dos Reglas

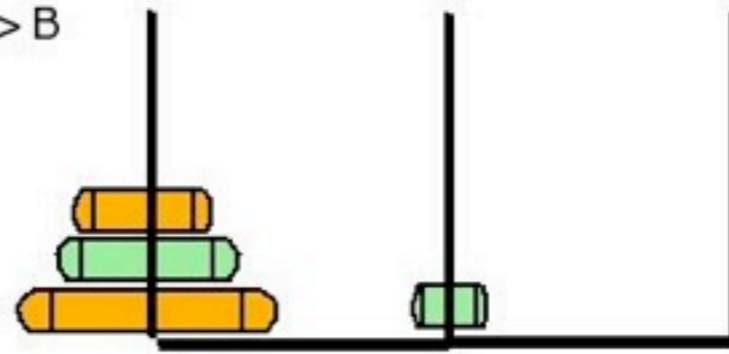
1. Mueve el anillo más pequeño a la torre siguiente
2. Mueve uno que no sea el más pequeño



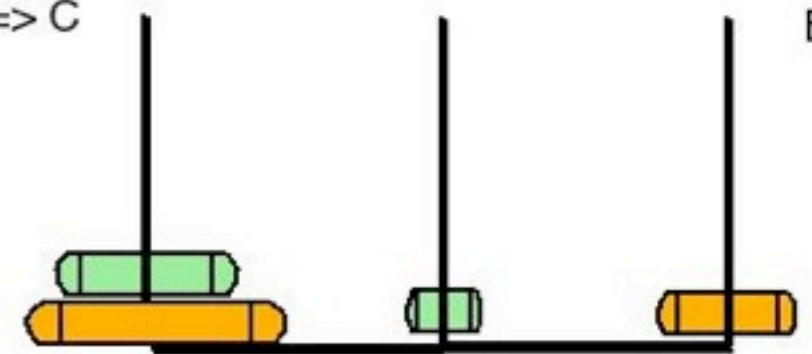
# Ejemplo



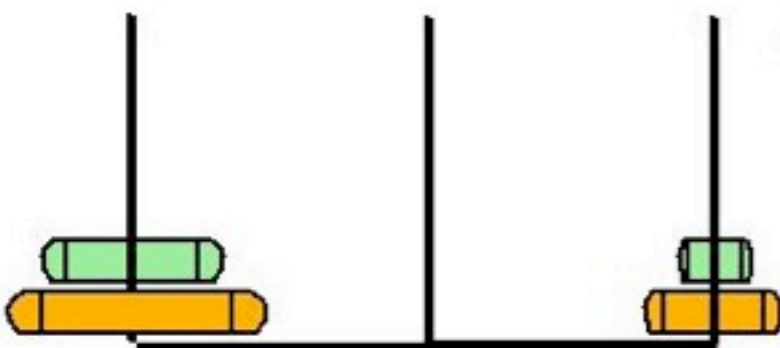
$A \Rightarrow B$



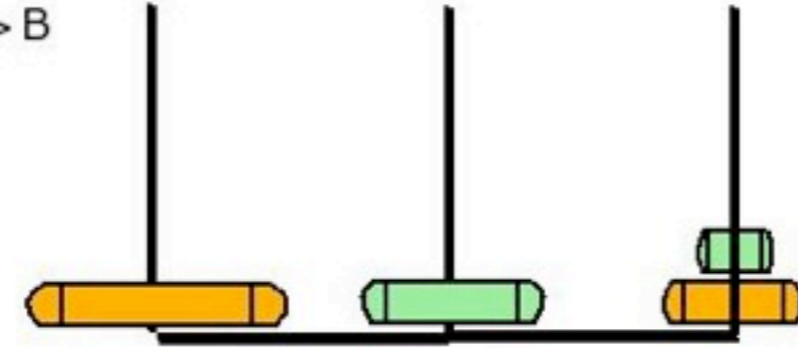
$A \Rightarrow C$



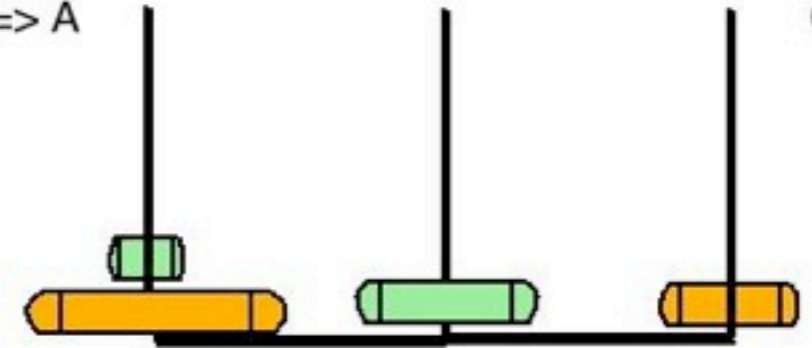
$B \Rightarrow C$



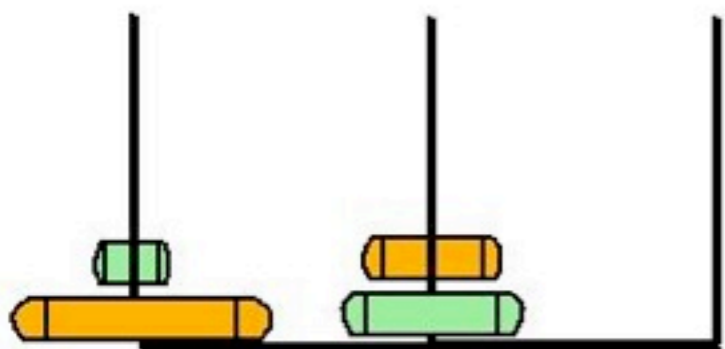
$A \Rightarrow B$



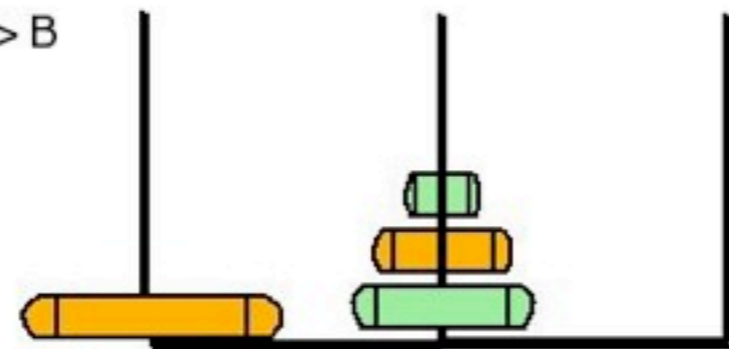
$C \Rightarrow A$



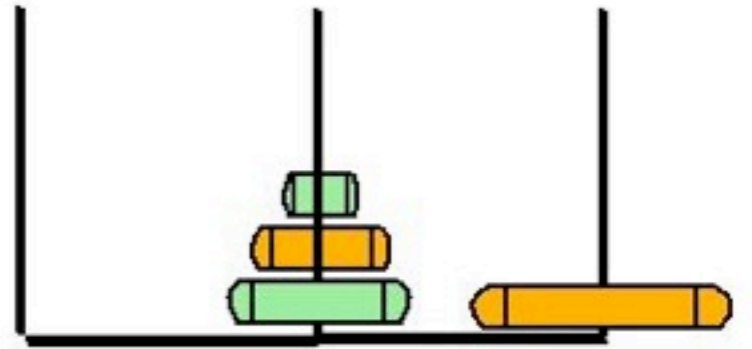
$C \Rightarrow B$



$A \Rightarrow B$

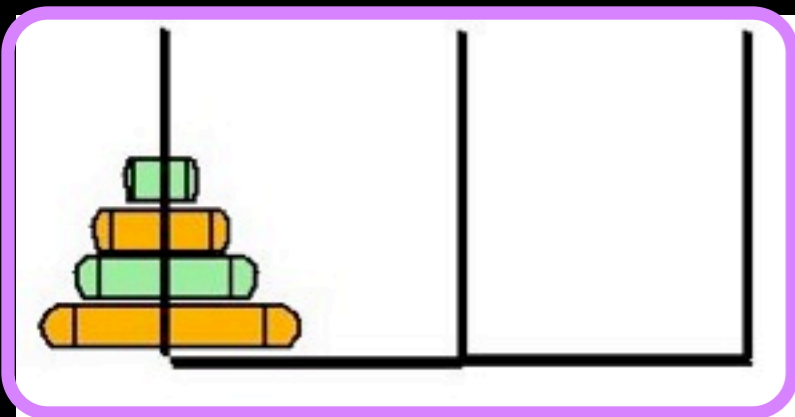


$A \Rightarrow C$

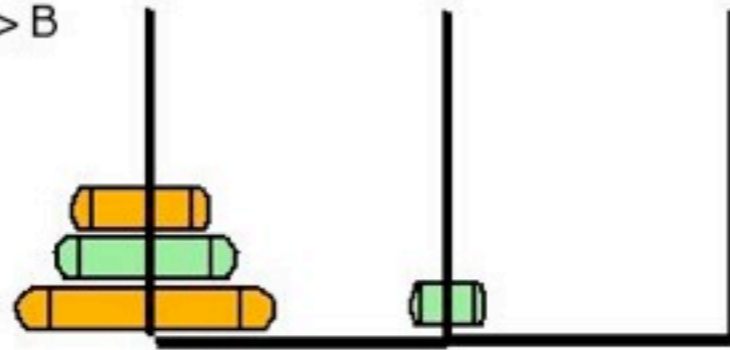




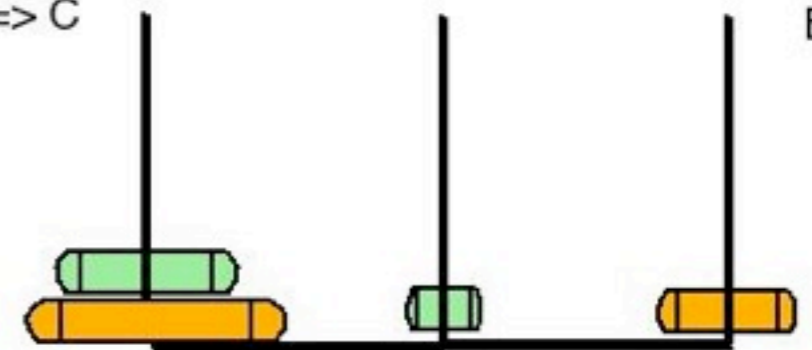
# Ejemplo



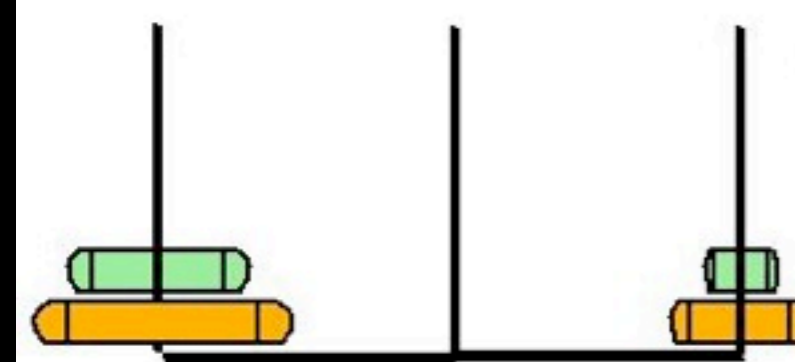
$A \Rightarrow B$



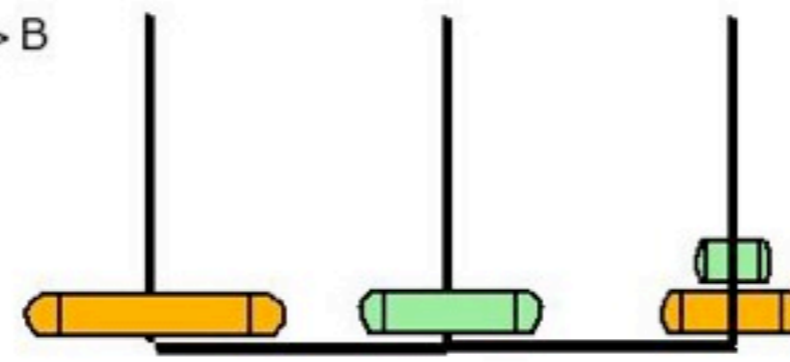
$A \Rightarrow C$



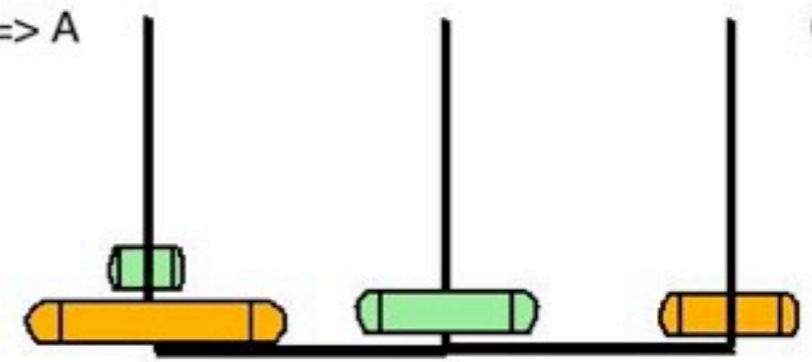
$B \Rightarrow C$



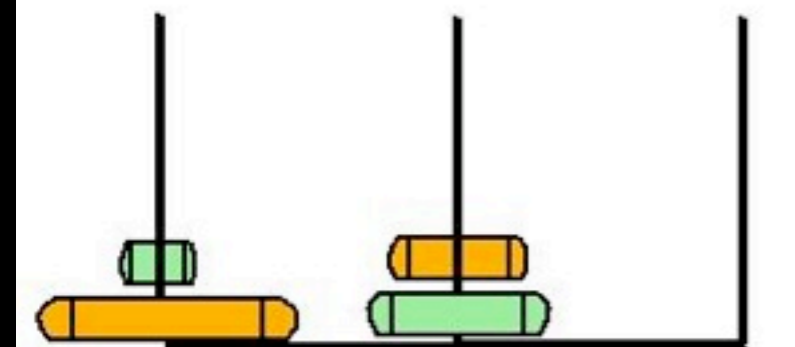
$A \Rightarrow B$



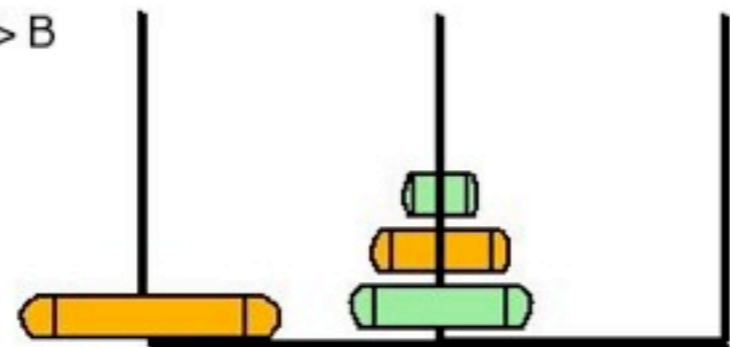
$C \Rightarrow A$



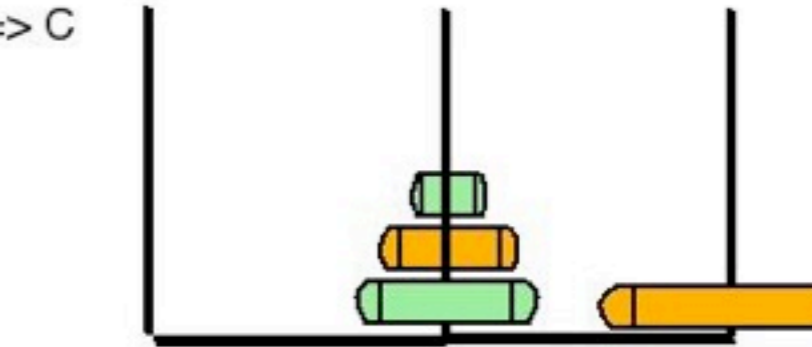
$C \Rightarrow B$



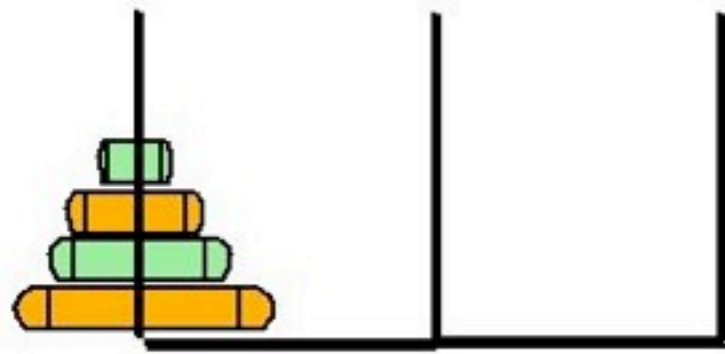
$A \Rightarrow B$



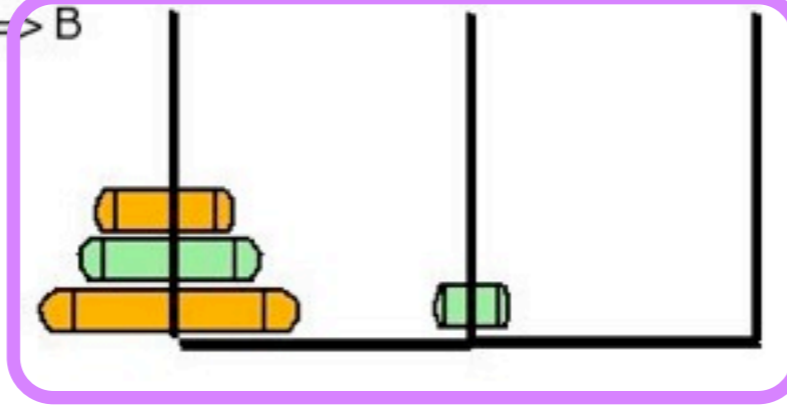
$A \Rightarrow C$



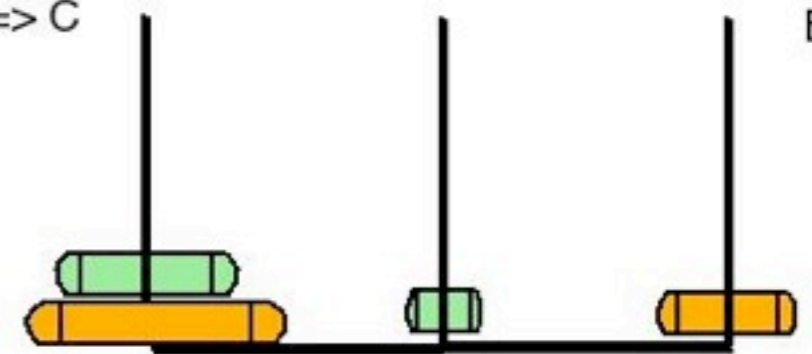
# Ejemplo



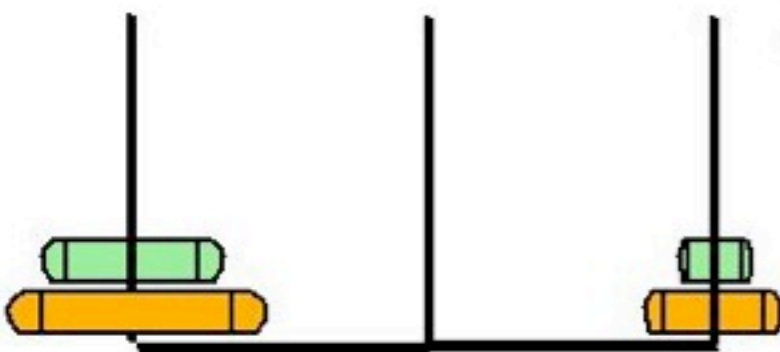
$A \Rightarrow B$



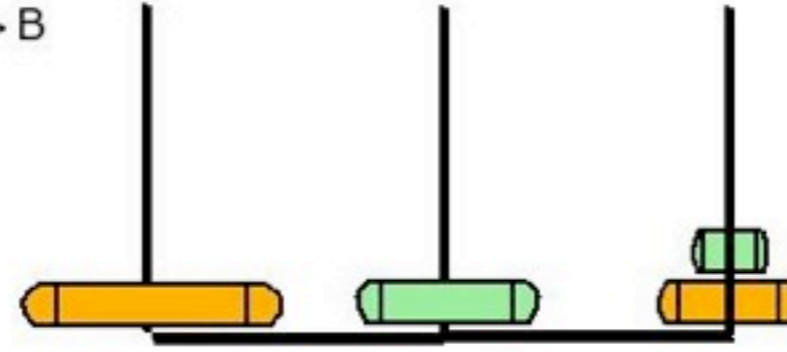
$A \Rightarrow C$



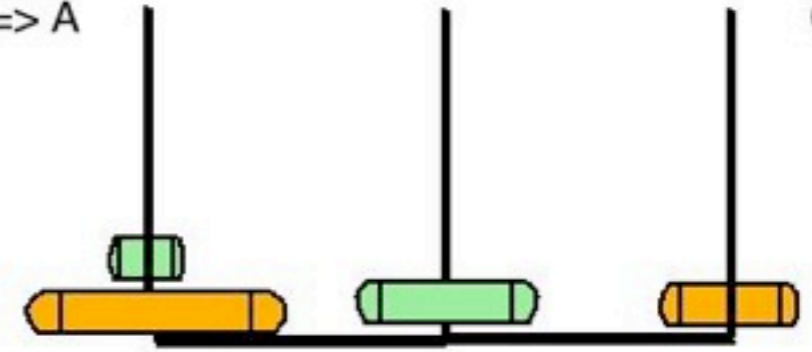
$B \Rightarrow C$



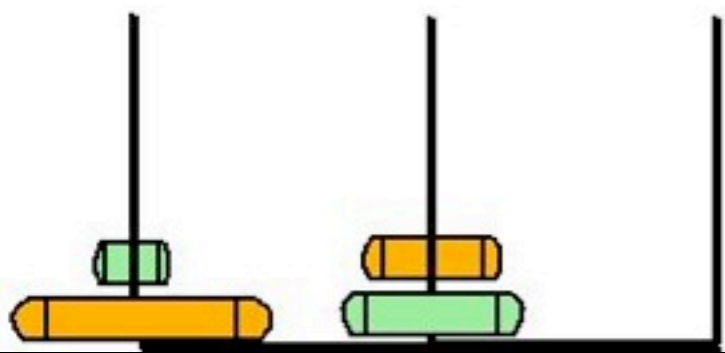
$A \Rightarrow B$



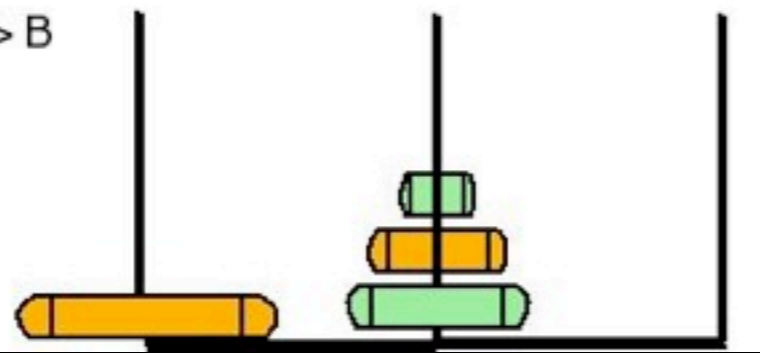
$C \Rightarrow A$



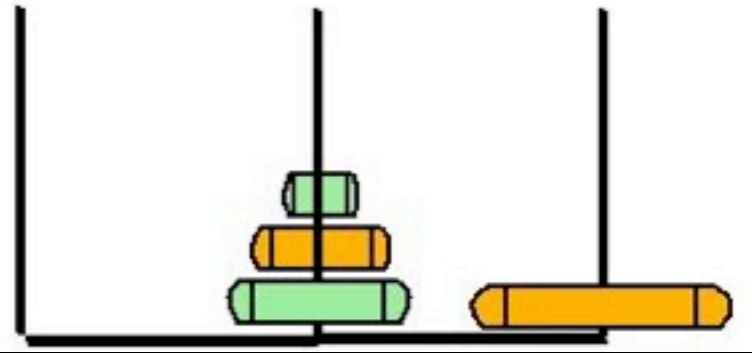
$C \Rightarrow B$



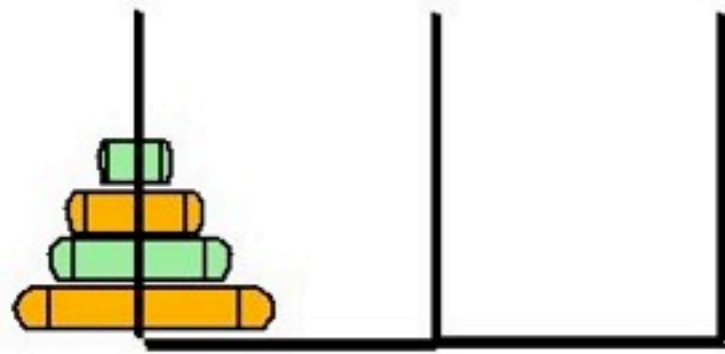
$A \Rightarrow B$



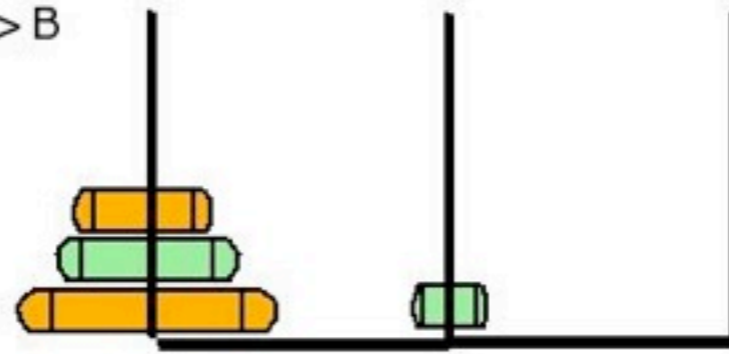
$A \Rightarrow C$



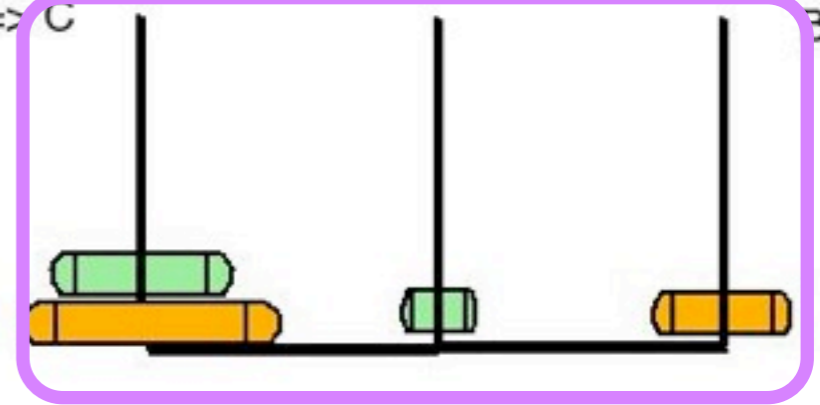
# Ejemplo



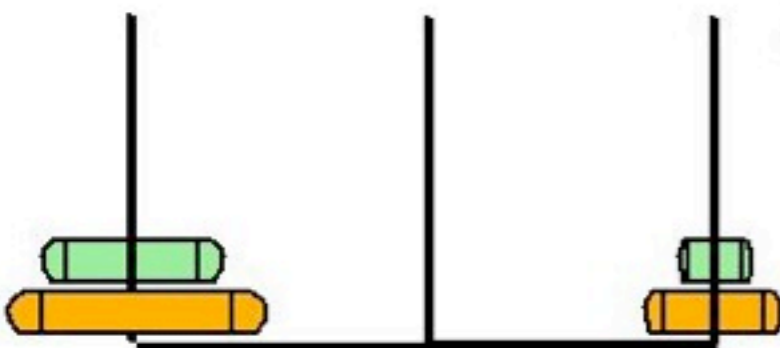
A => B



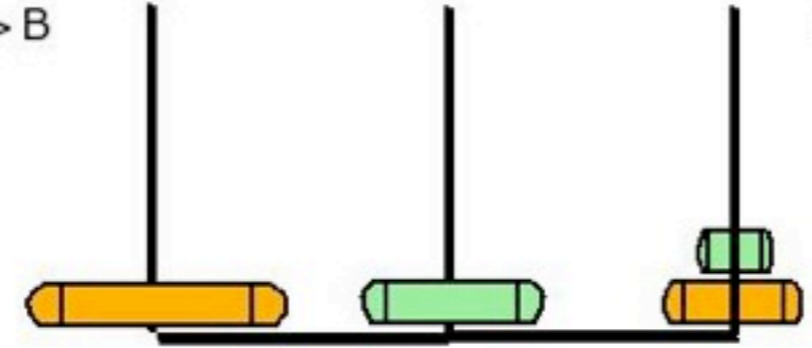
A => C



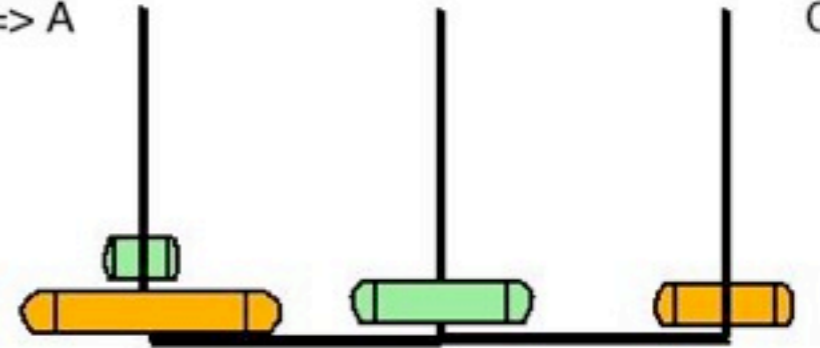
B => C



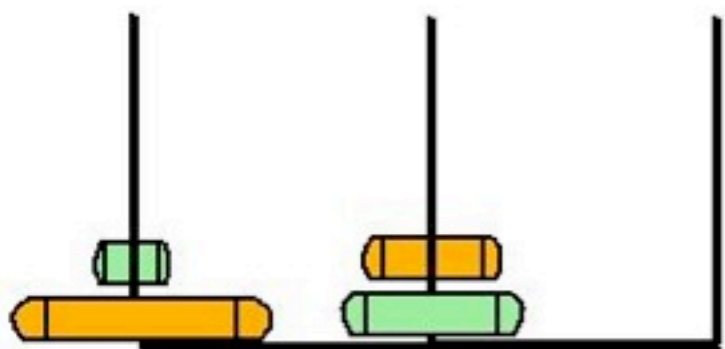
A => B



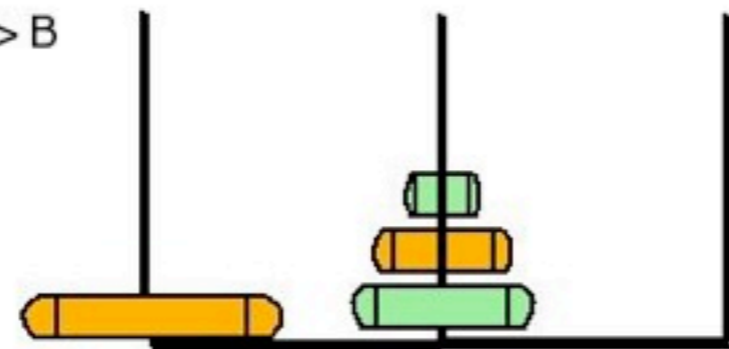
C => A



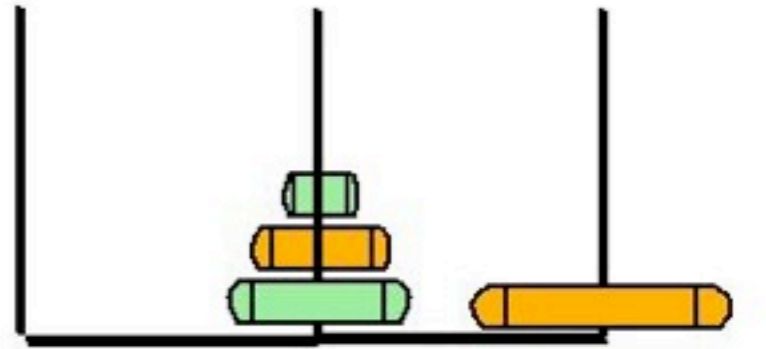
C => B



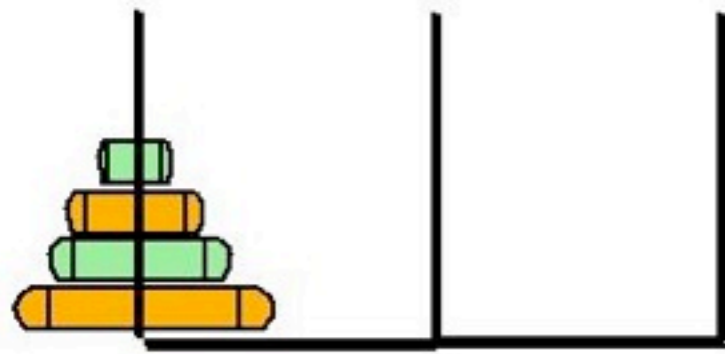
A => B



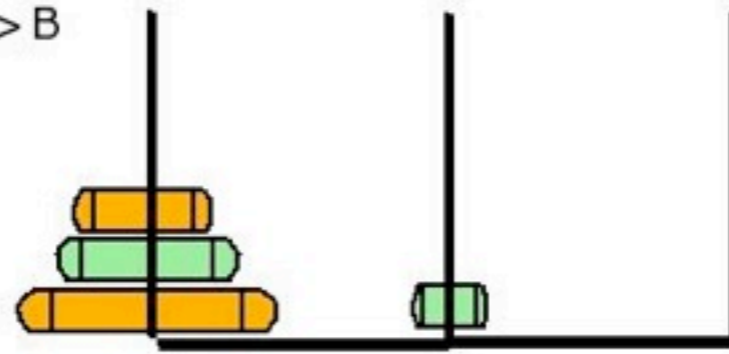
A => C



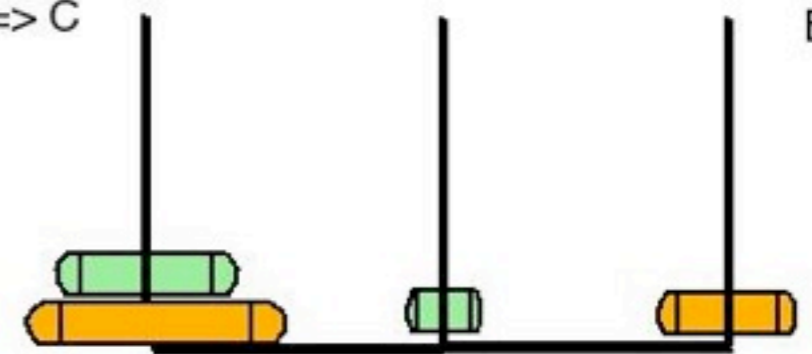
# Ejemplo



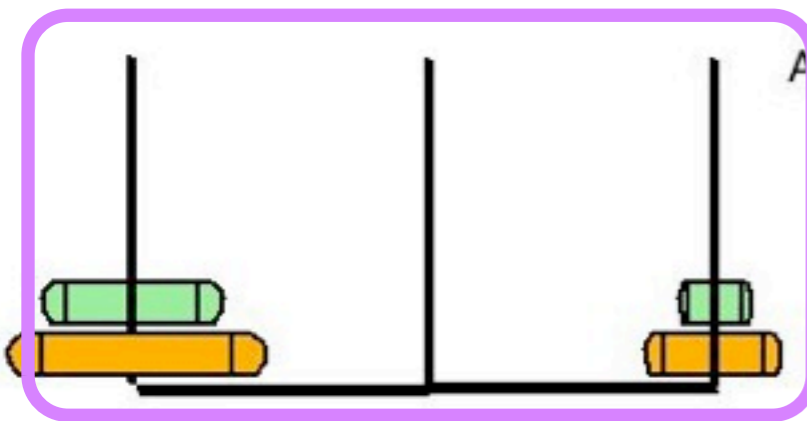
$A \Rightarrow B$



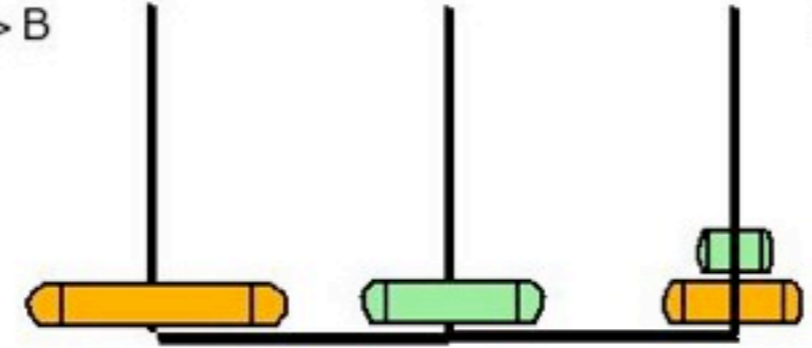
$A \Rightarrow C$



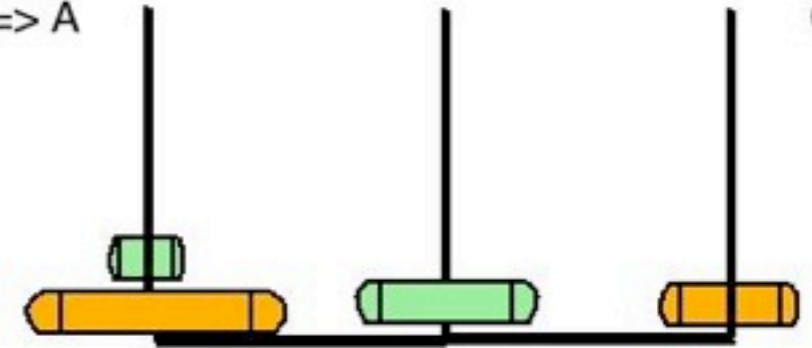
$B \Rightarrow C$



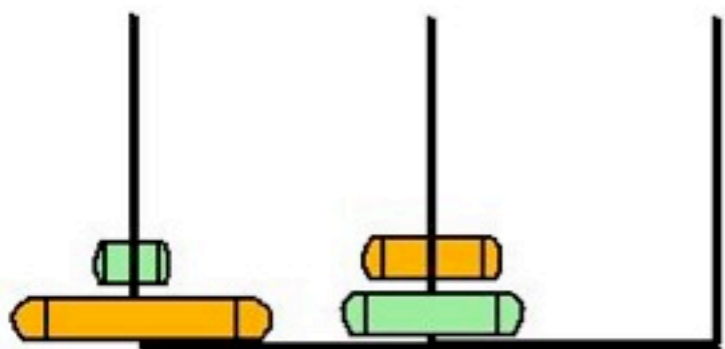
$A \Rightarrow B$



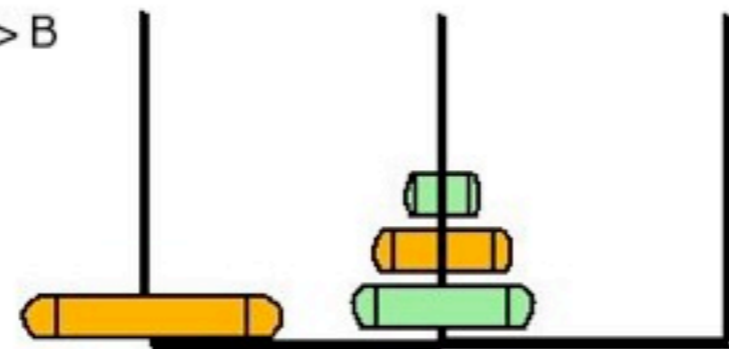
$C \Rightarrow A$



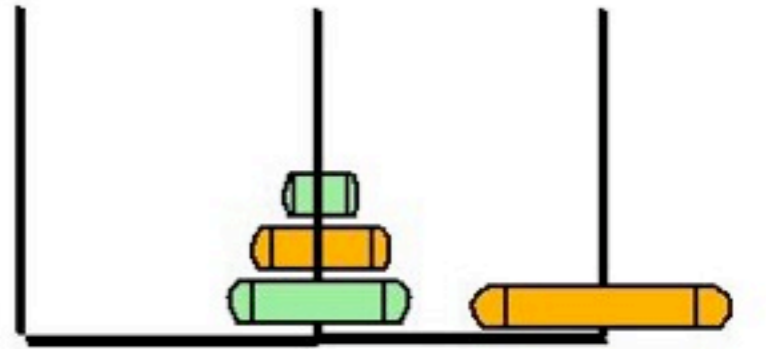
$C \Rightarrow B$



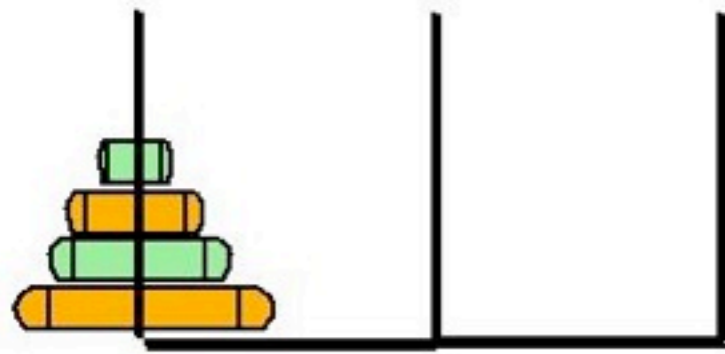
$A \Rightarrow B$



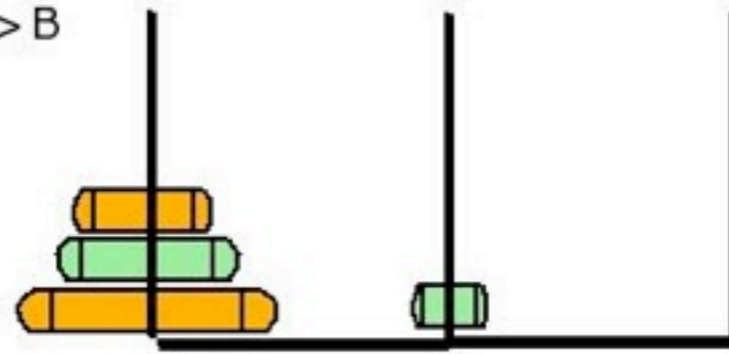
$A \Rightarrow C$



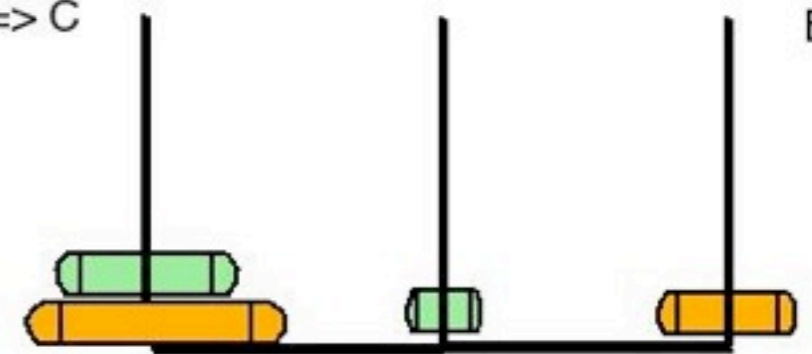
# Ejemplo



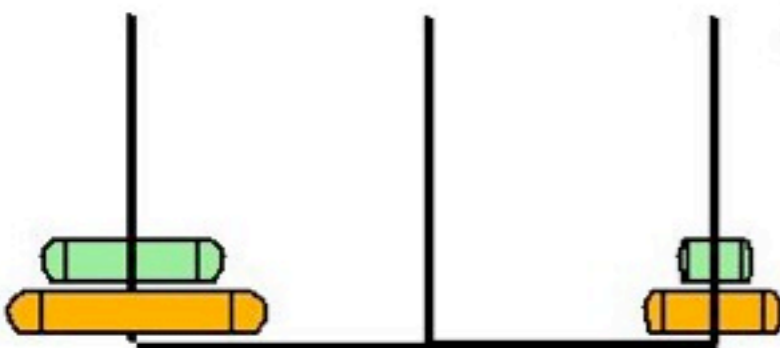
$A \Rightarrow B$



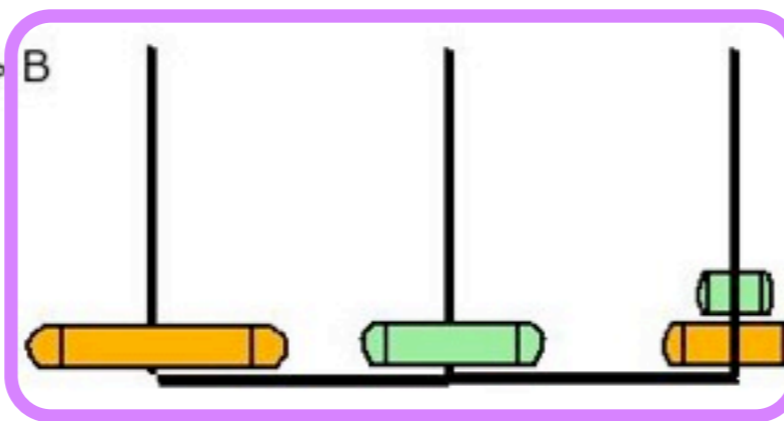
$A \Rightarrow C$



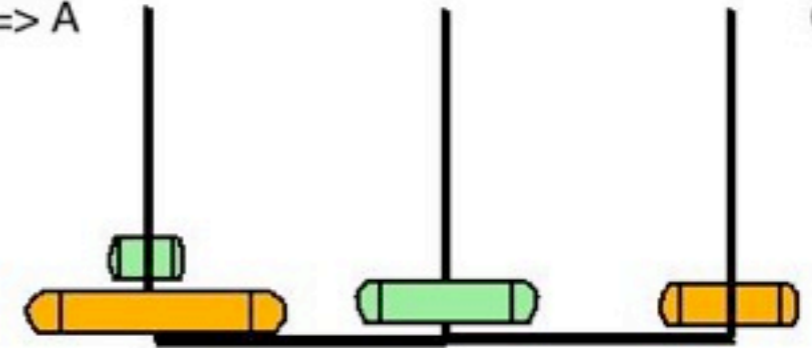
$B \Rightarrow C$



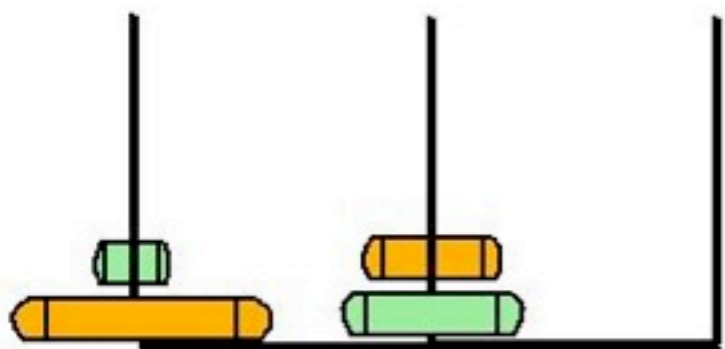
$A \Rightarrow B$



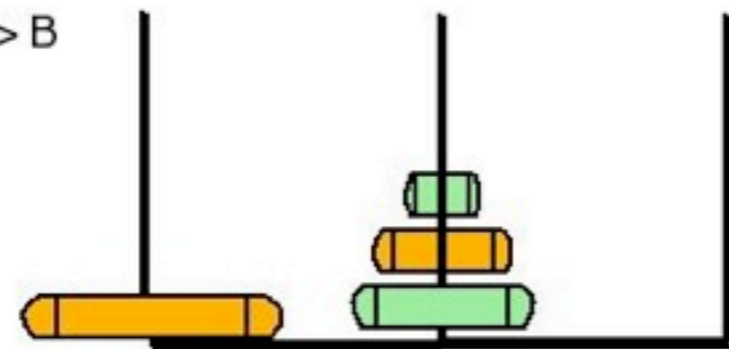
$C \Rightarrow A$



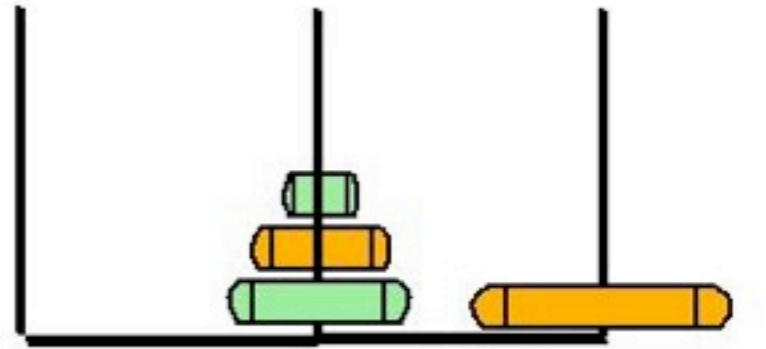
$C \Rightarrow B$



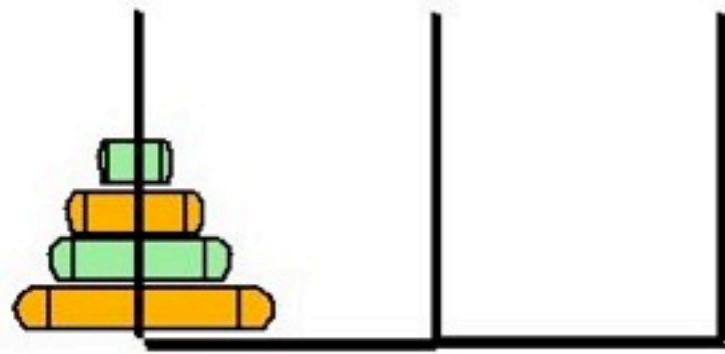
$A \Rightarrow B$



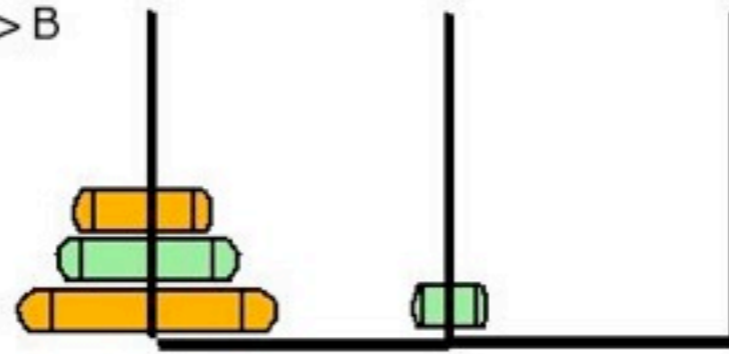
$A \Rightarrow C$



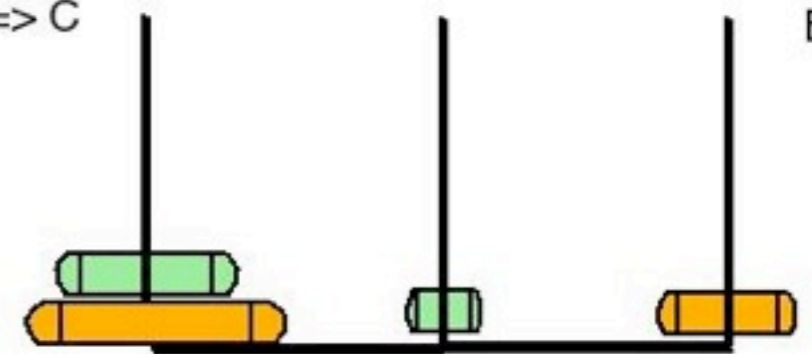
# Ejemplo



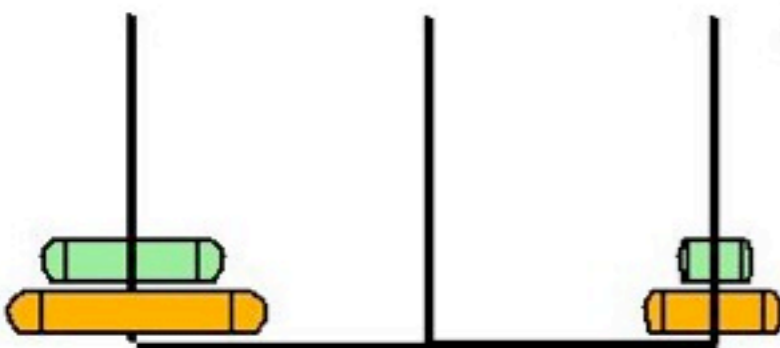
$A \Rightarrow B$



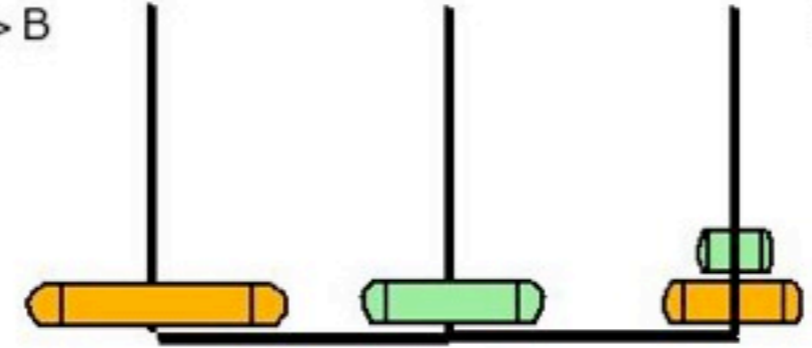
$A \Rightarrow C$



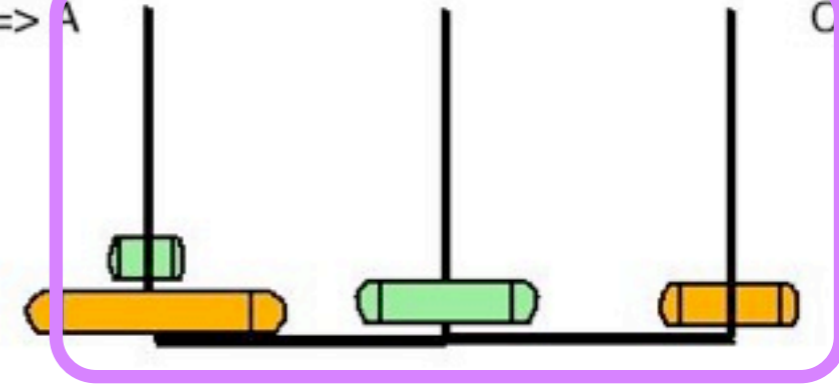
$B \Rightarrow C$



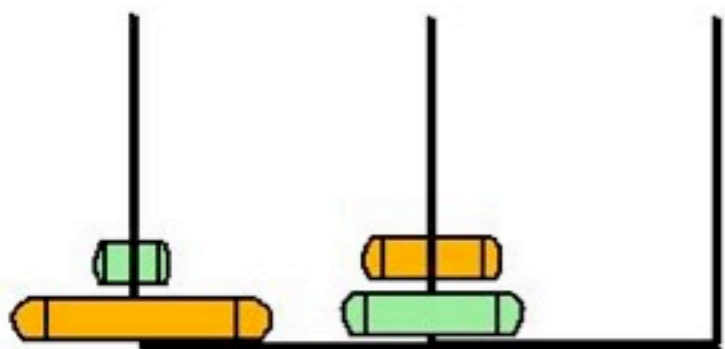
$A \Rightarrow B$



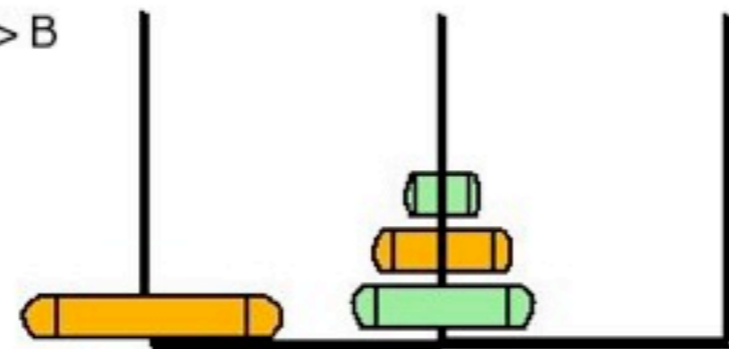
$C \Rightarrow A$



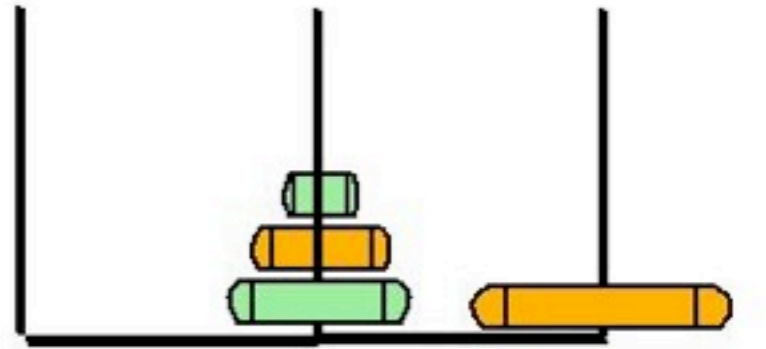
$C \Rightarrow B$



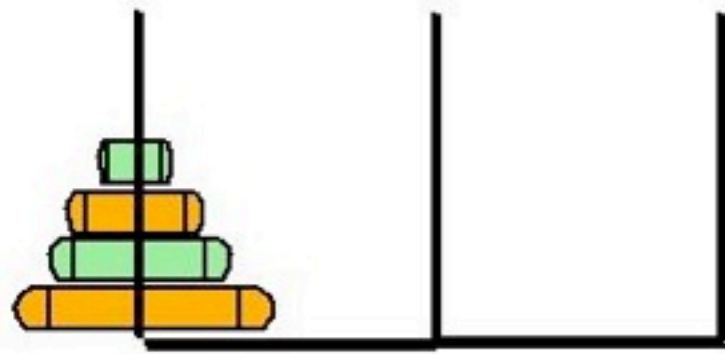
$A \Rightarrow B$



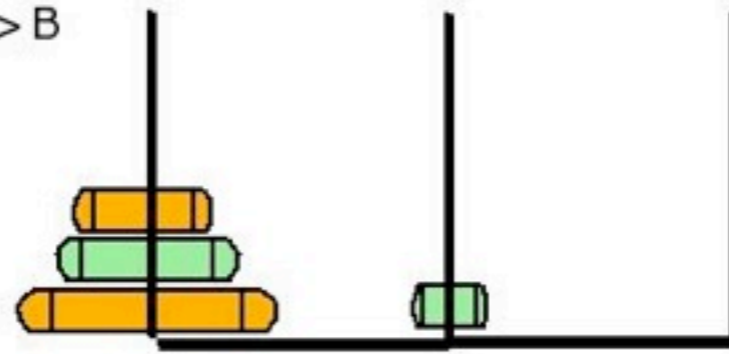
$A \Rightarrow C$



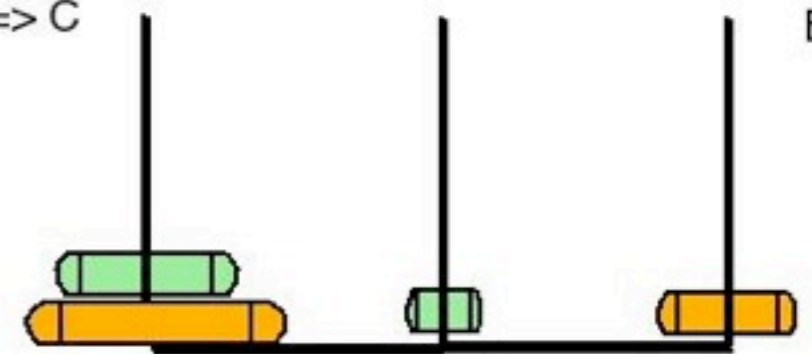
# Ejemplo



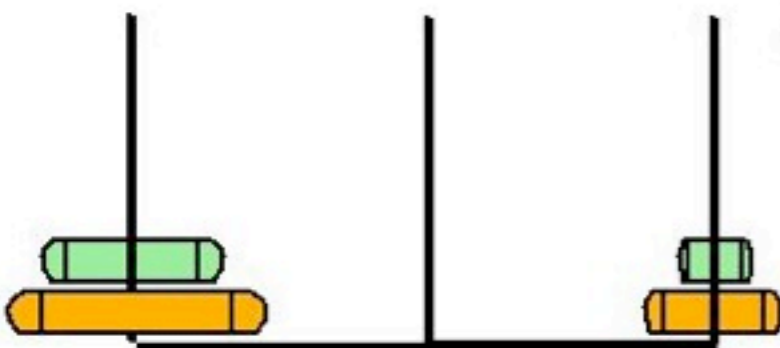
$A \Rightarrow B$



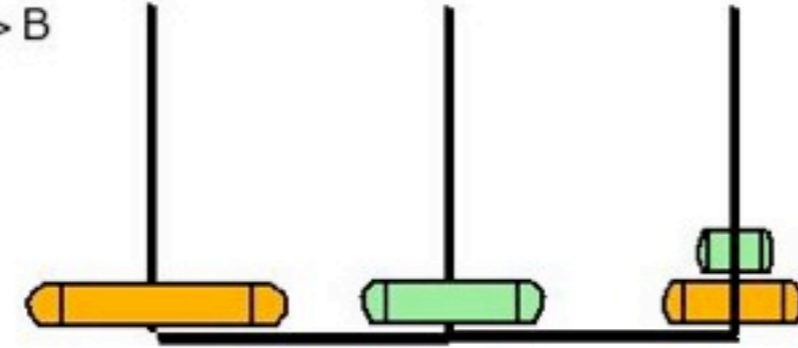
$A \Rightarrow C$



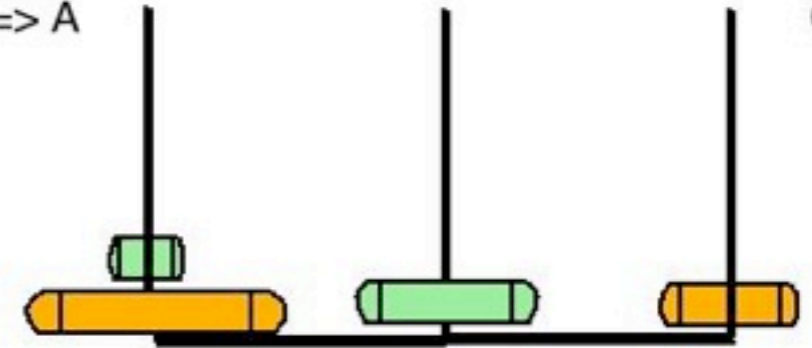
$B \Rightarrow C$



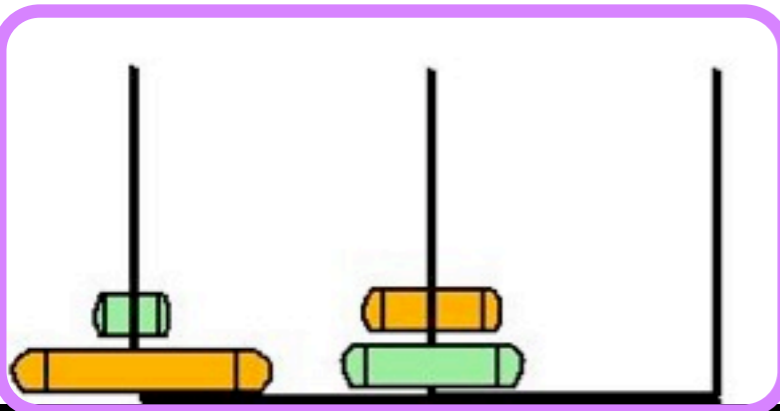
$A \Rightarrow B$



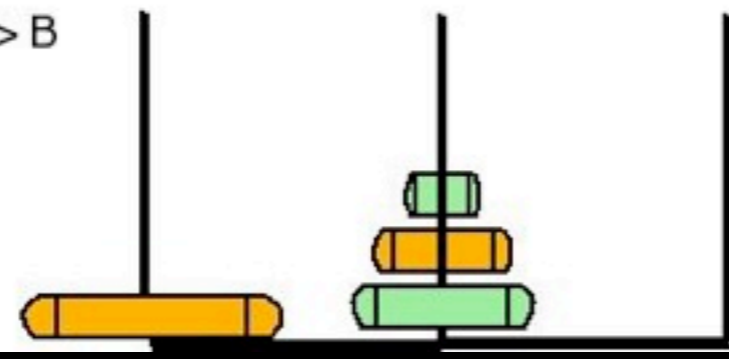
$C \Rightarrow A$



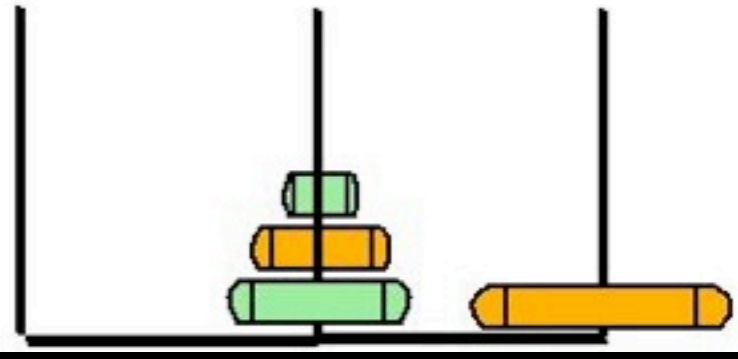
$C \Rightarrow B$



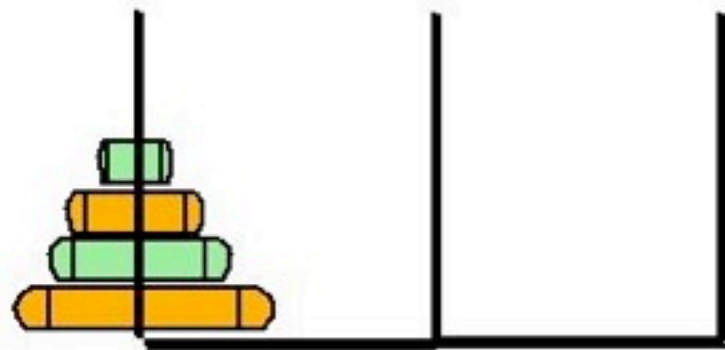
$A \Rightarrow B$



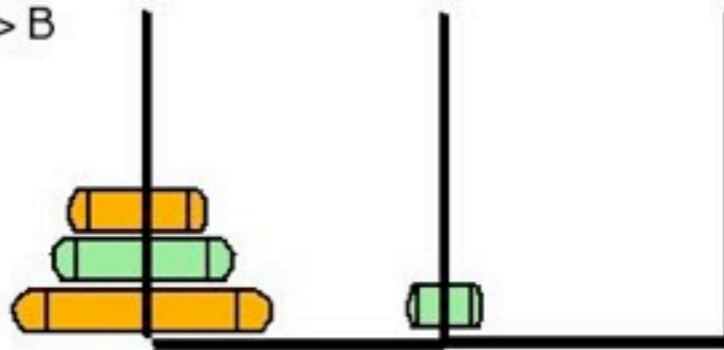
$A \Rightarrow C$



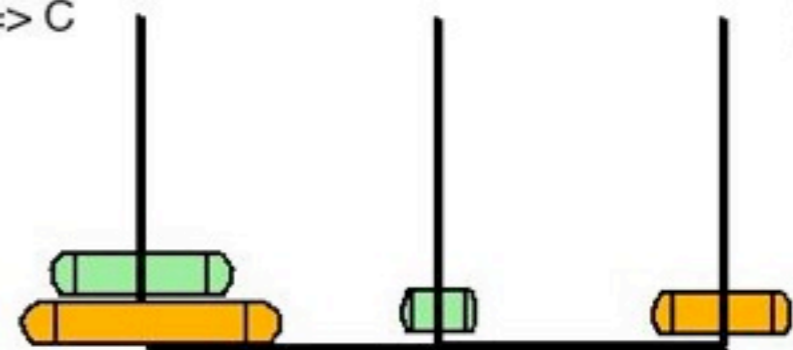
# Ejemplo



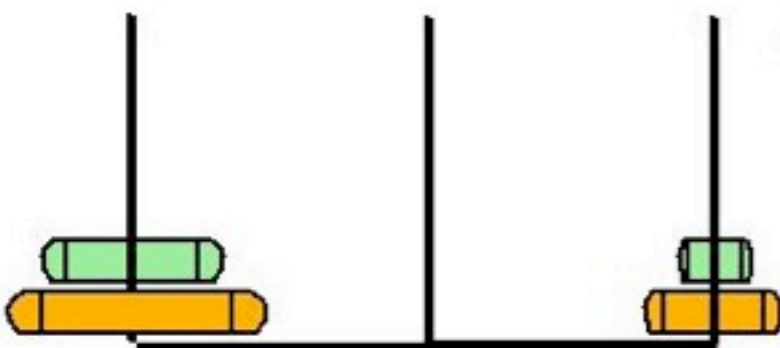
A => B



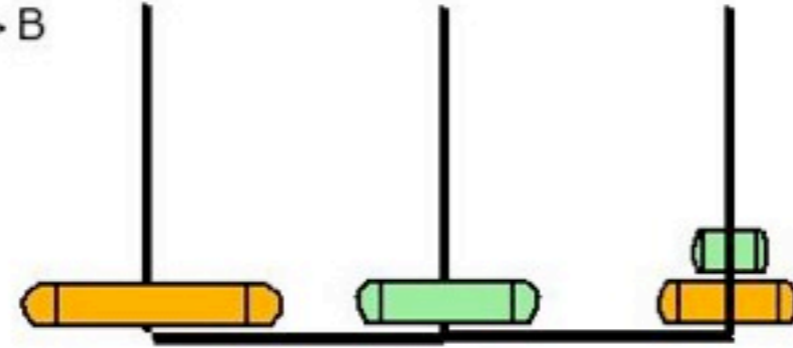
A => C



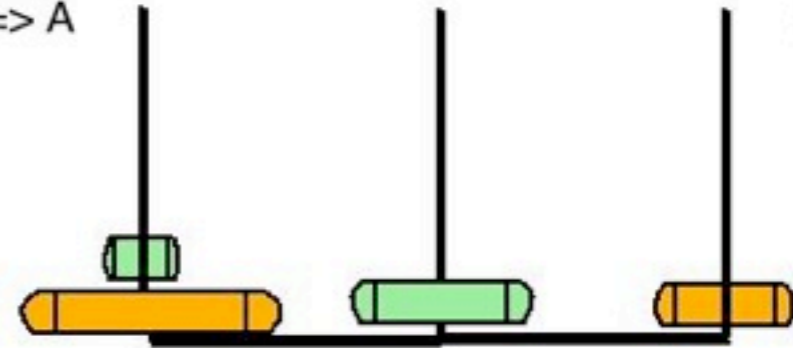
B => C



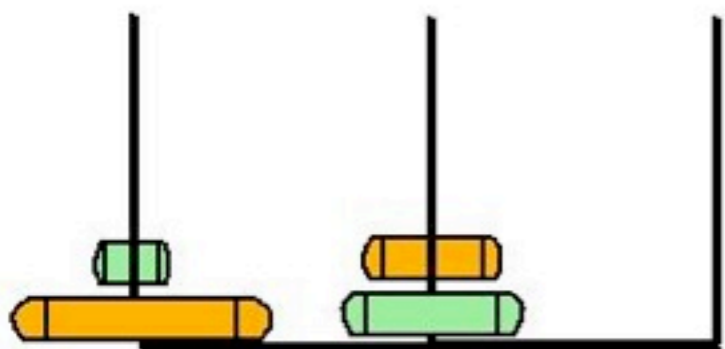
A => B



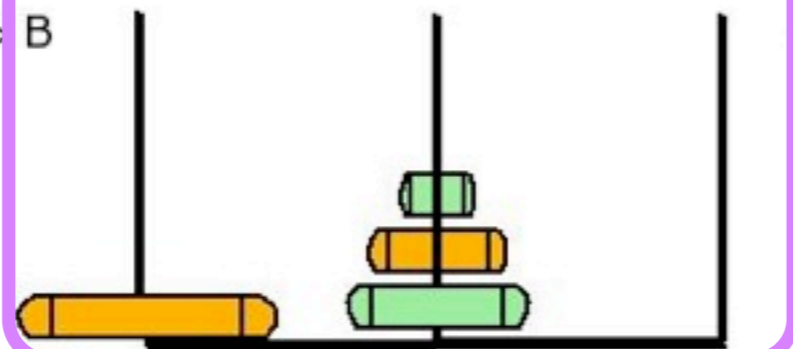
C => A



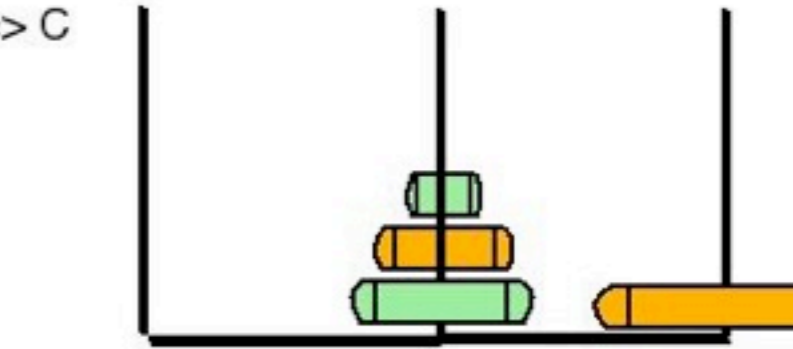
C => B



A => B

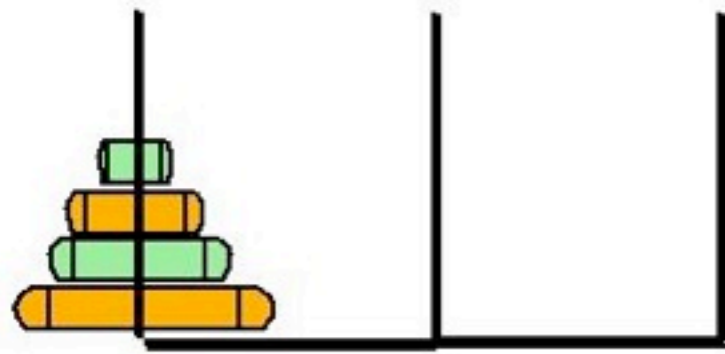


A => C

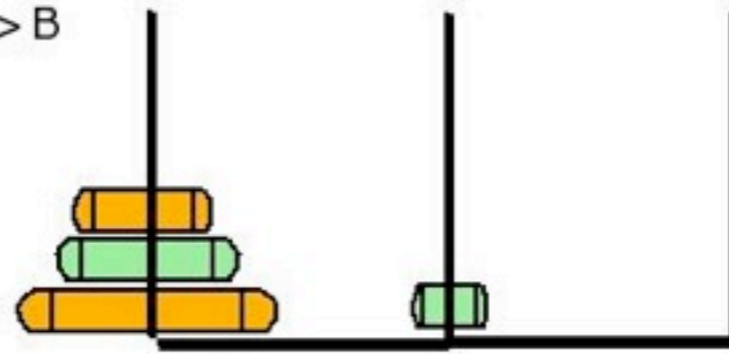




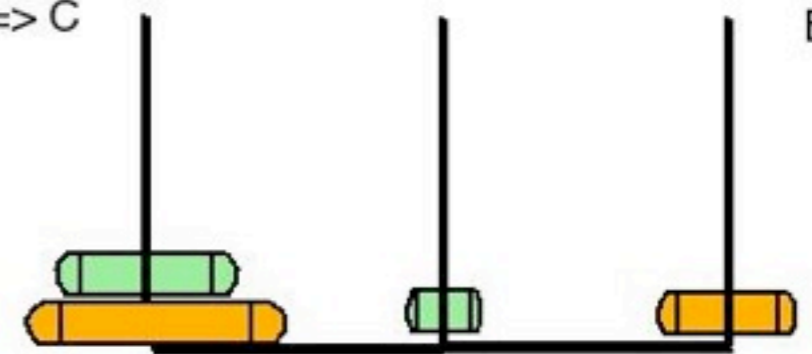
# Ejemplo



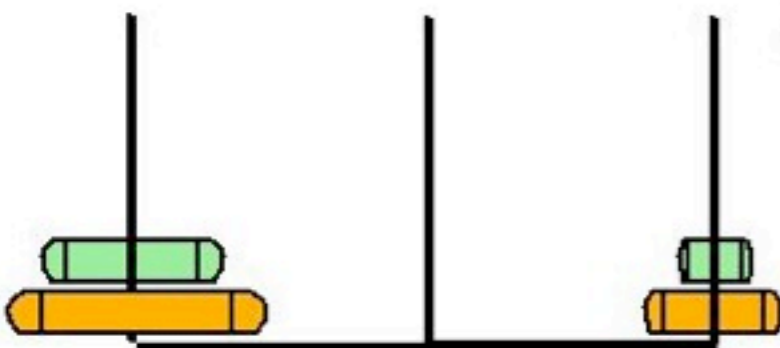
A => B



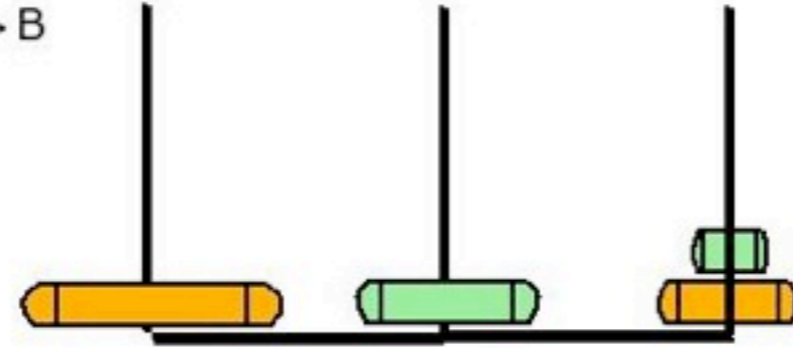
A => C



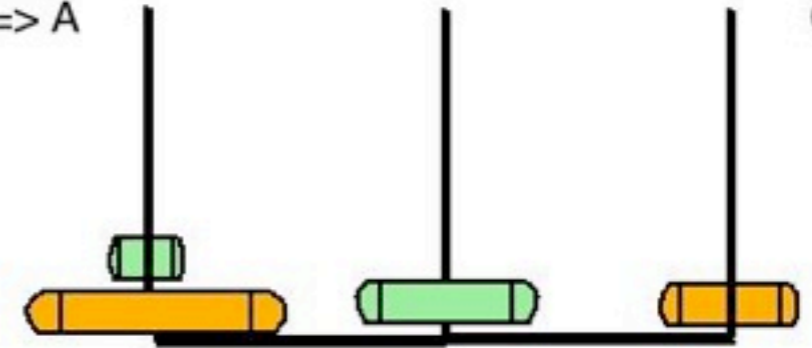
B => C



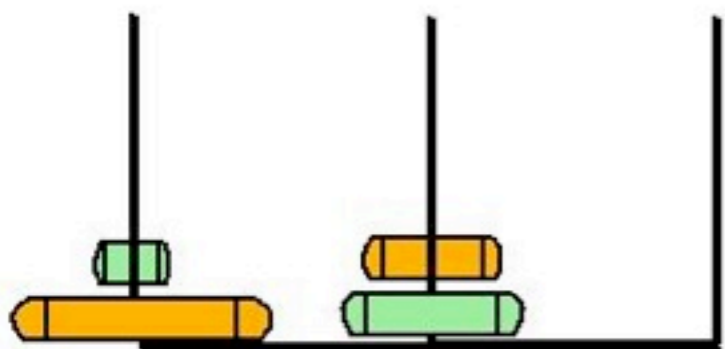
A => B



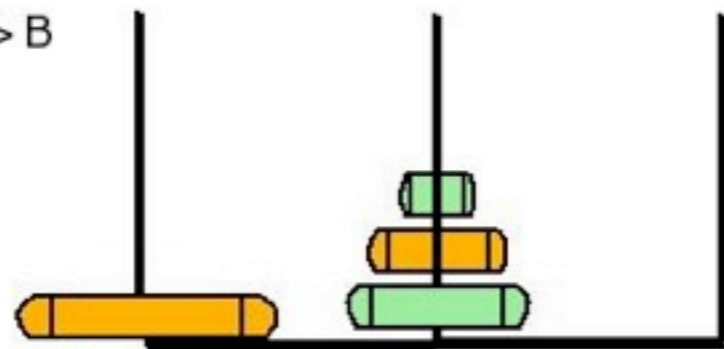
C => A



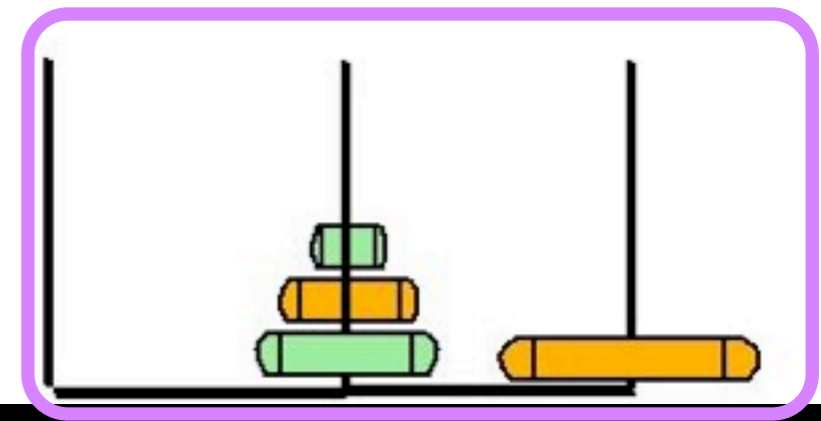
C => B



A => B



A => C



¿ Por qué sí funciona este algoritmo?

# ¿ Por qué sí funciona este algoritmo?



[http://www.toonpool.com/cartoons/childrens%20question\\_23604](http://www.toonpool.com/cartoons/childrens%20question_23604)

¿ Por qué sí funciona este algoritmo?

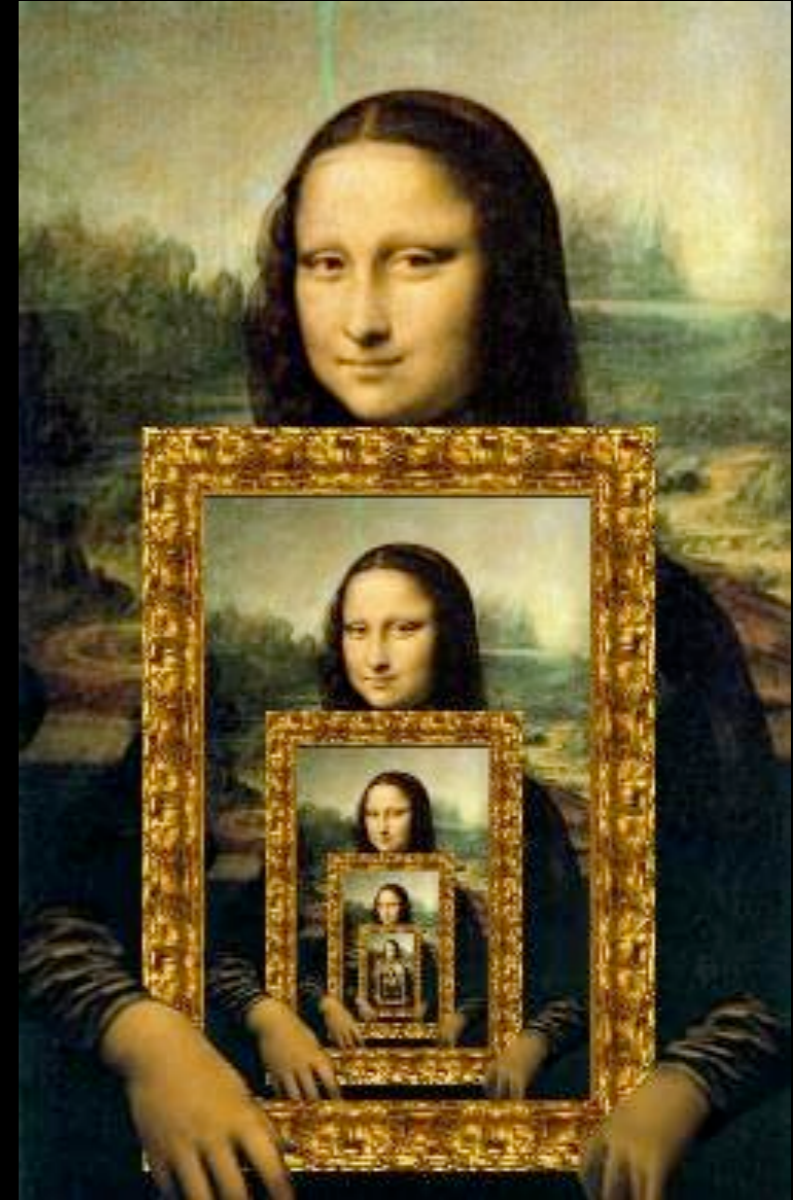
¿ Seguro se moverán todos los discos de una aguja a otra ?



# Recursión

# Recursión

Técnica muy útil para definir una noción en términos de si misma



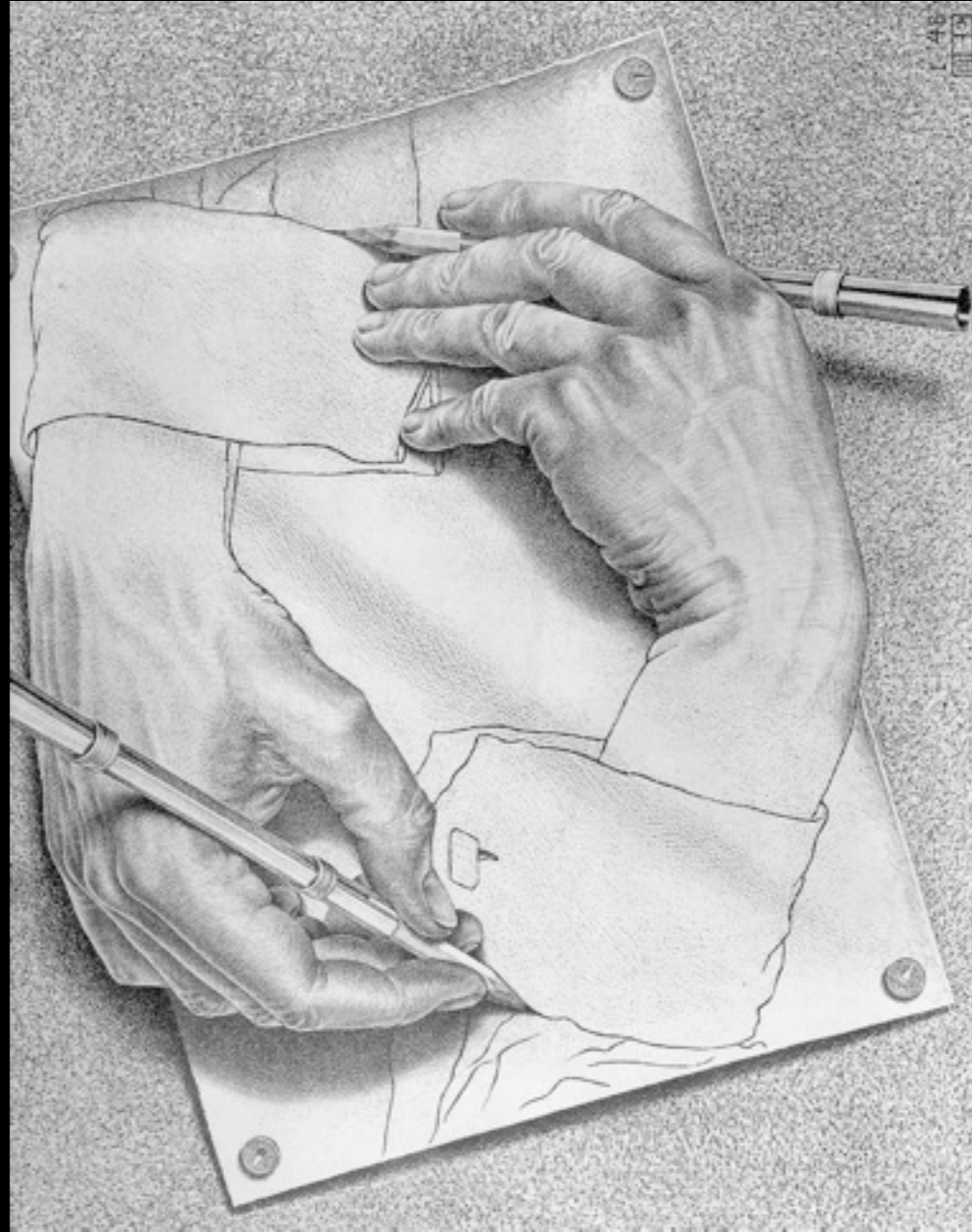
# Recursión

También para resolver un problema, usando soluciones a problemas más fáciles



<http://www.nerdnirvana.org/tag/recursion/>

# Para que tenga sentido...





Para que tenga sentido...

# Para que tenga sentido...

1. Definir objetos grandes en términos de objetos más pequeños

# Para que tenga sentido...

1. Definir objetos grandes en términos de objetos más pequeños
2. Hasta llegar a los objetos base, los más pequeñitos

# Para que tenga sentido...

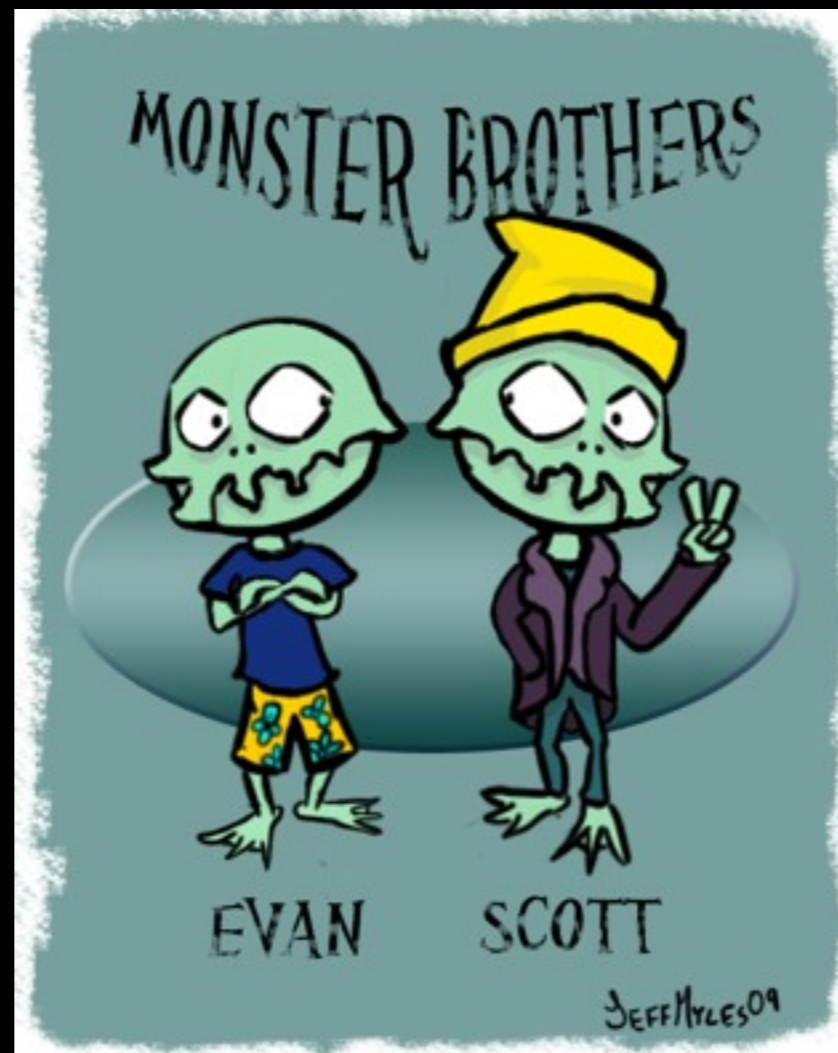
1. Definir objetos grandes en términos de objetos más pequeños
2. Hasta llegar a los objetos base, los más pequeñitos

*O resolver problemas grandes usando soluciones a problemas más pequeños*

# Recursión usando “amigos”

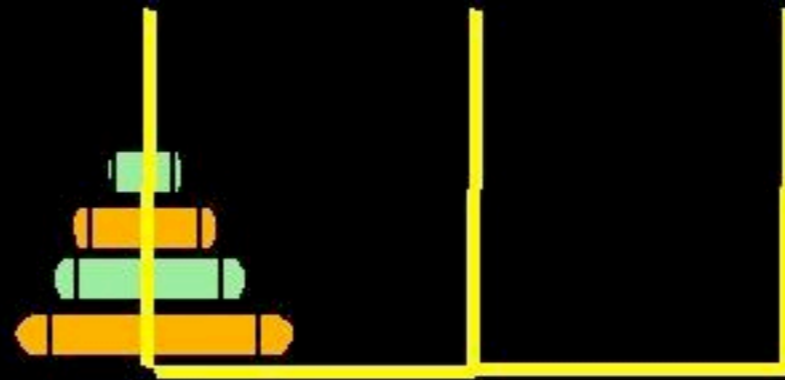


# Recursión usando “amigos”

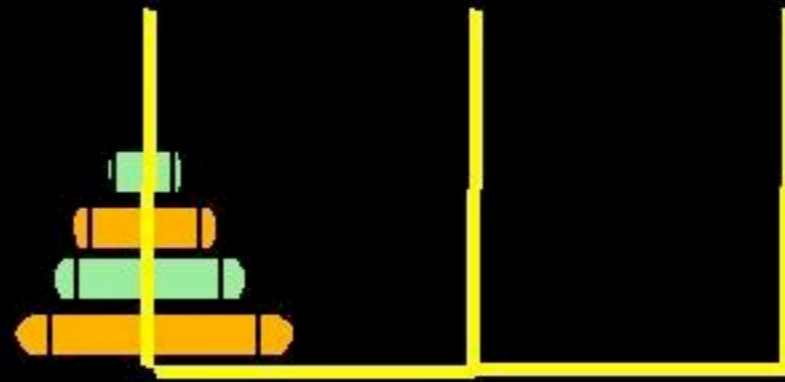


¿ Cómo resuelvo el  
problema de las Torres  
de Hanoi ?

¡ 4 discos son muchos !



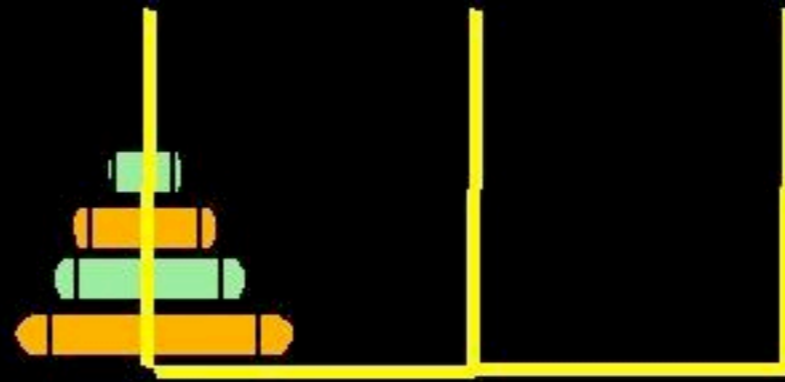
Le pido a mi hermano  
menor que me ayude  
con un problema de  
solo 3 discos





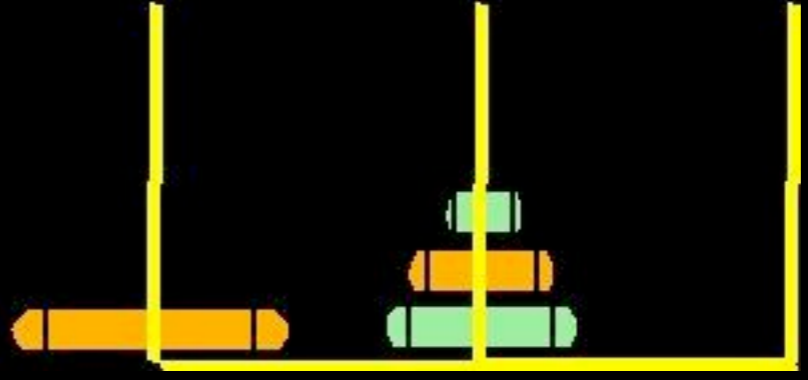
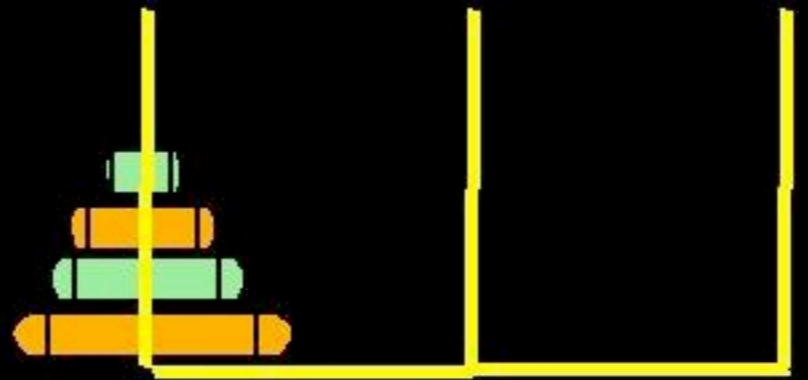


mueve  
3



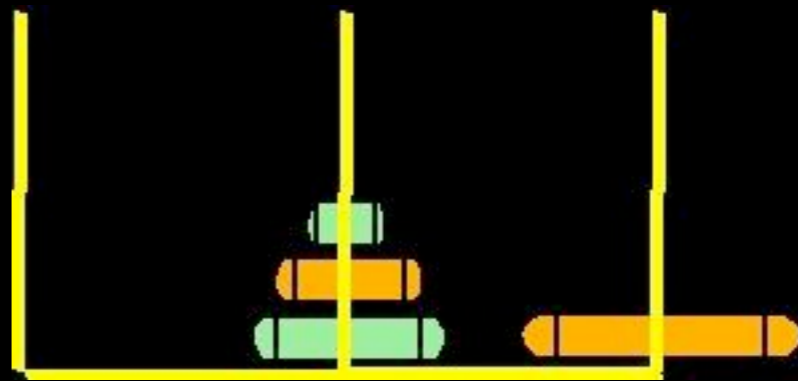
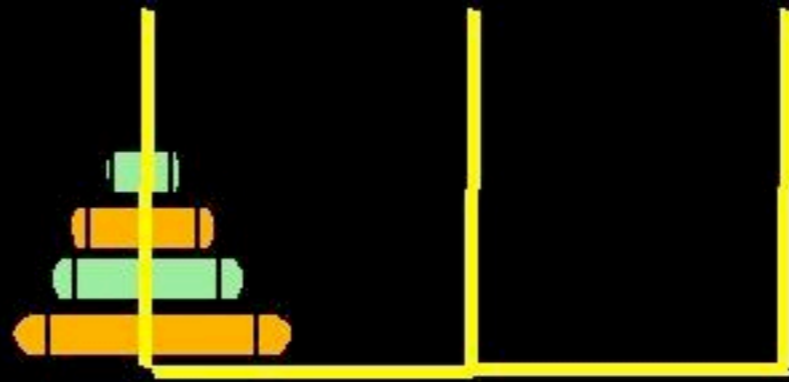


gracias



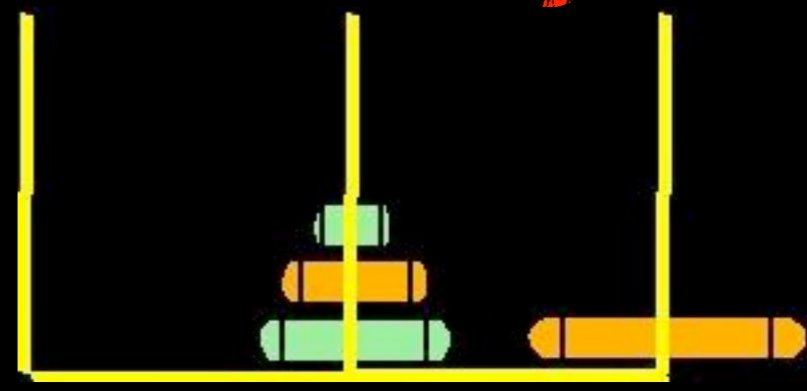
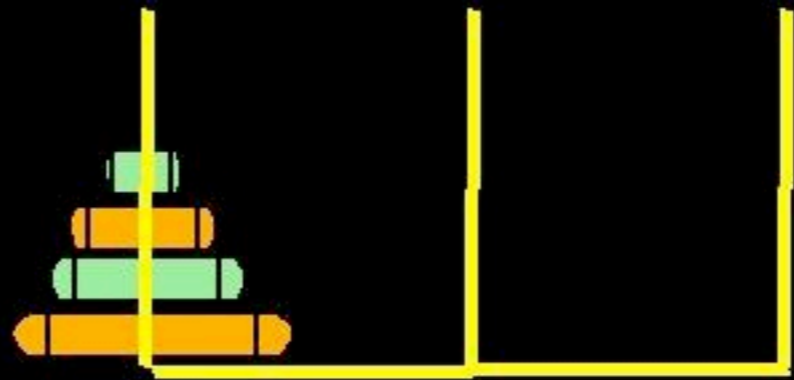


Yo muevo  
uno



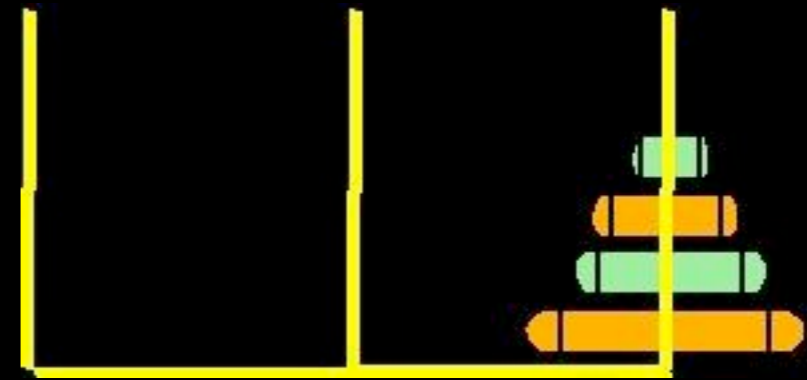
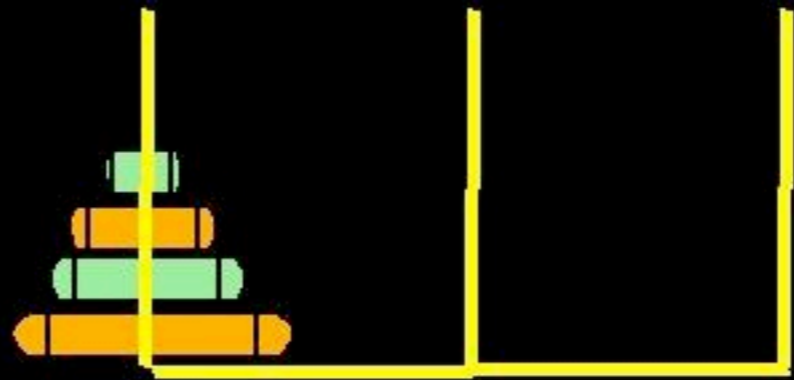


ayúdame  
otra vez





¡gracias!

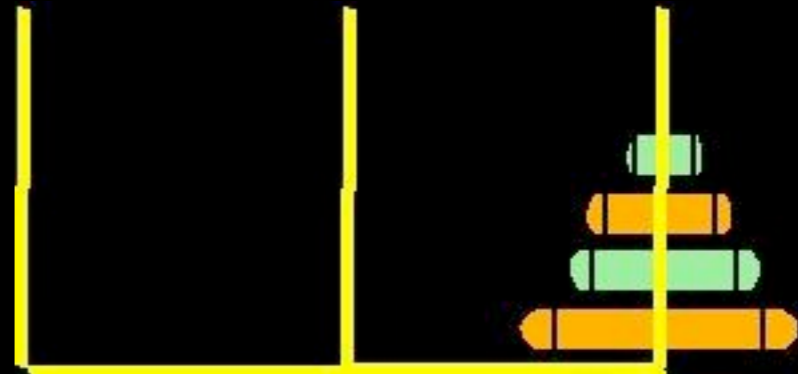
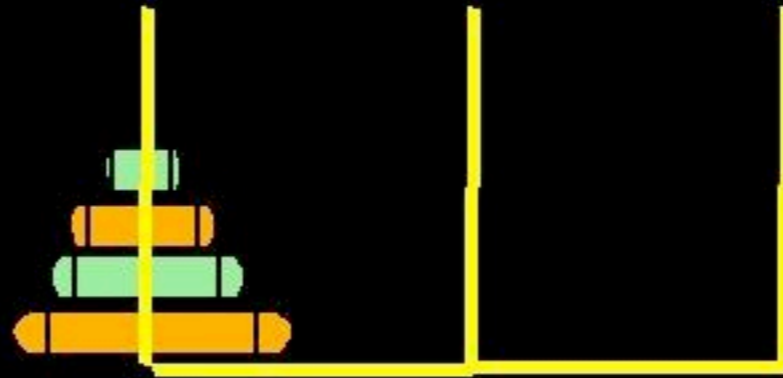




¡gracias!

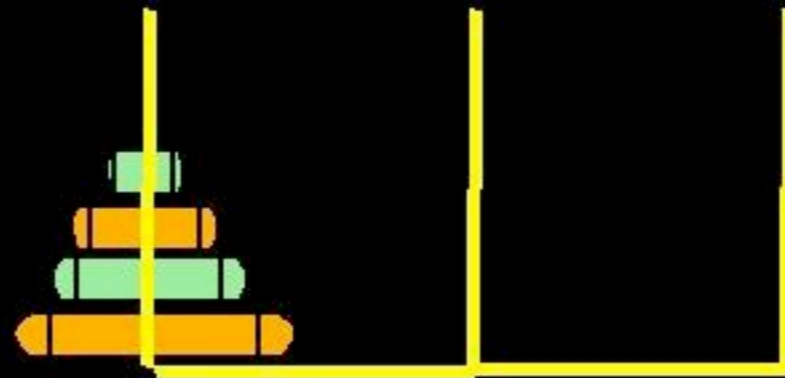


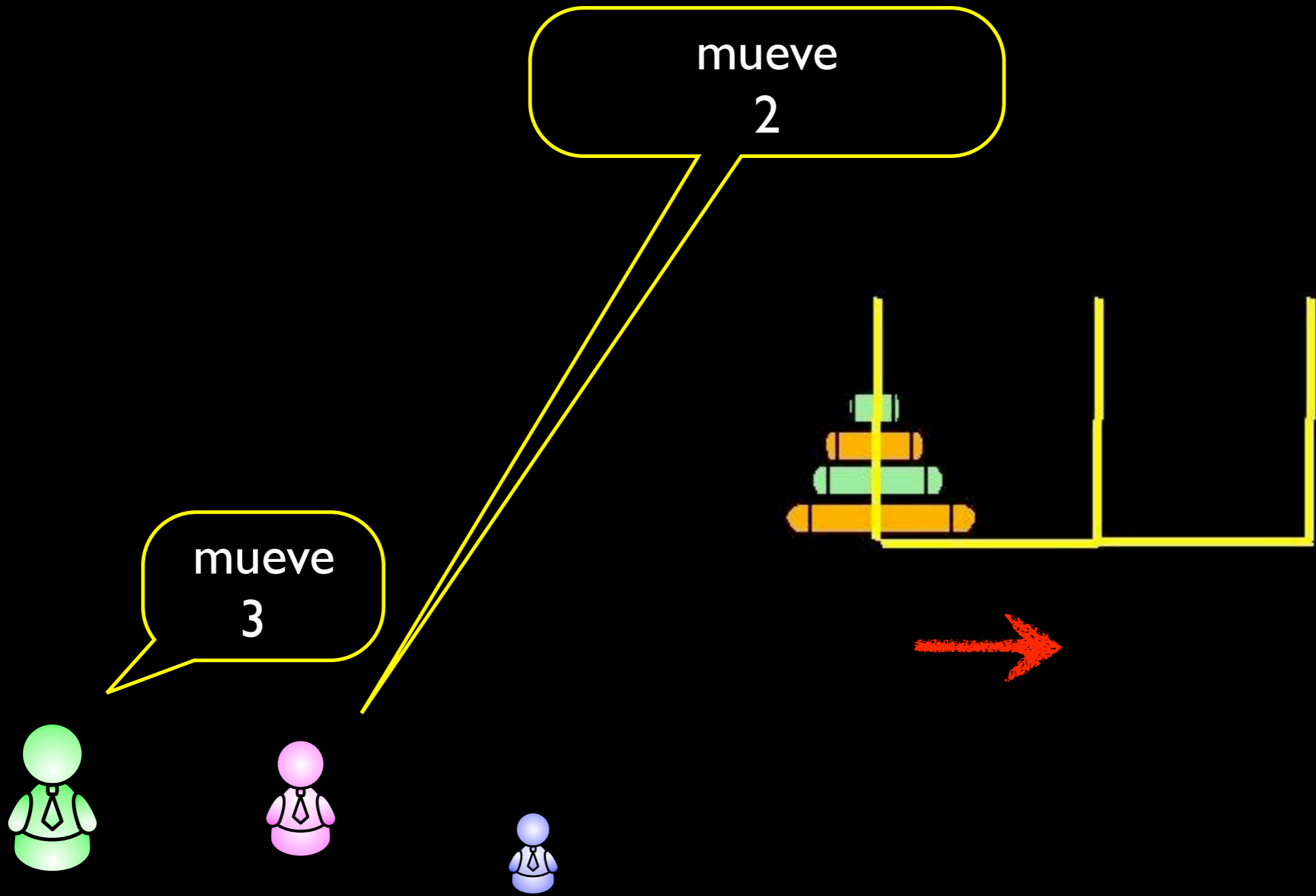
¡terminamos!



¿Cómo le hago?

mueve  
3





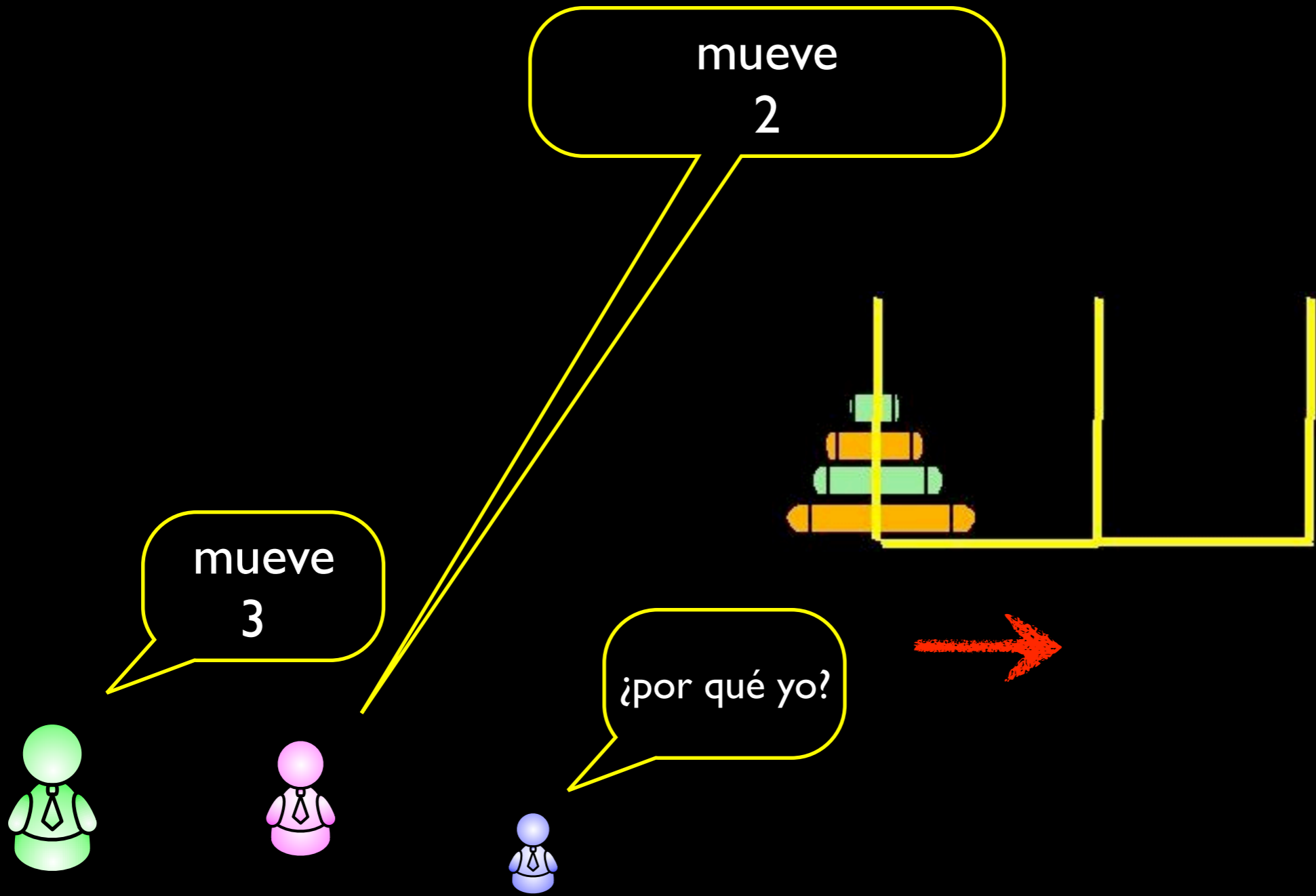
mueva

2

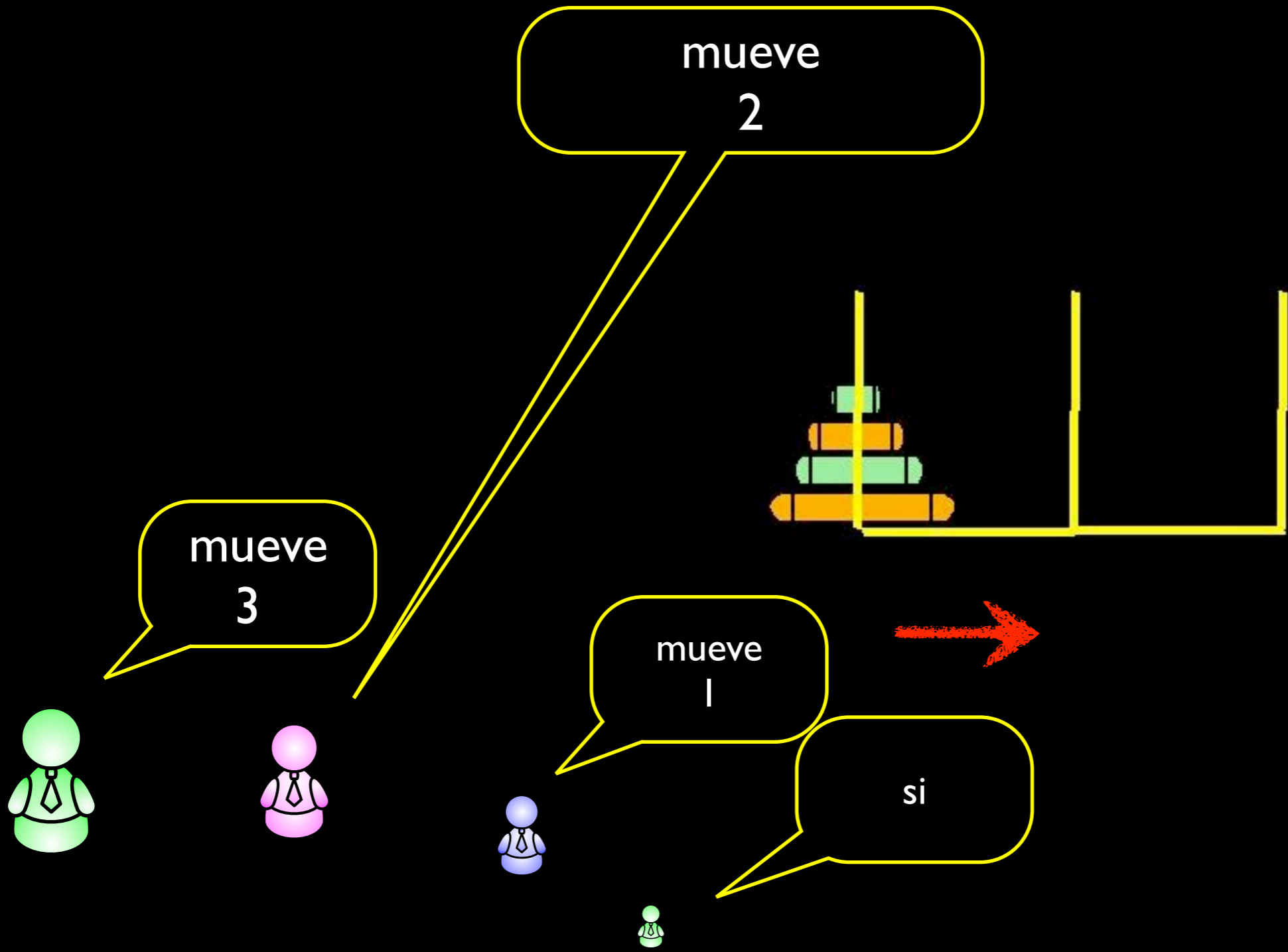
mueva

3









¡Intenténtalo tu mismo!

¡Intenténtalo tu mismo!

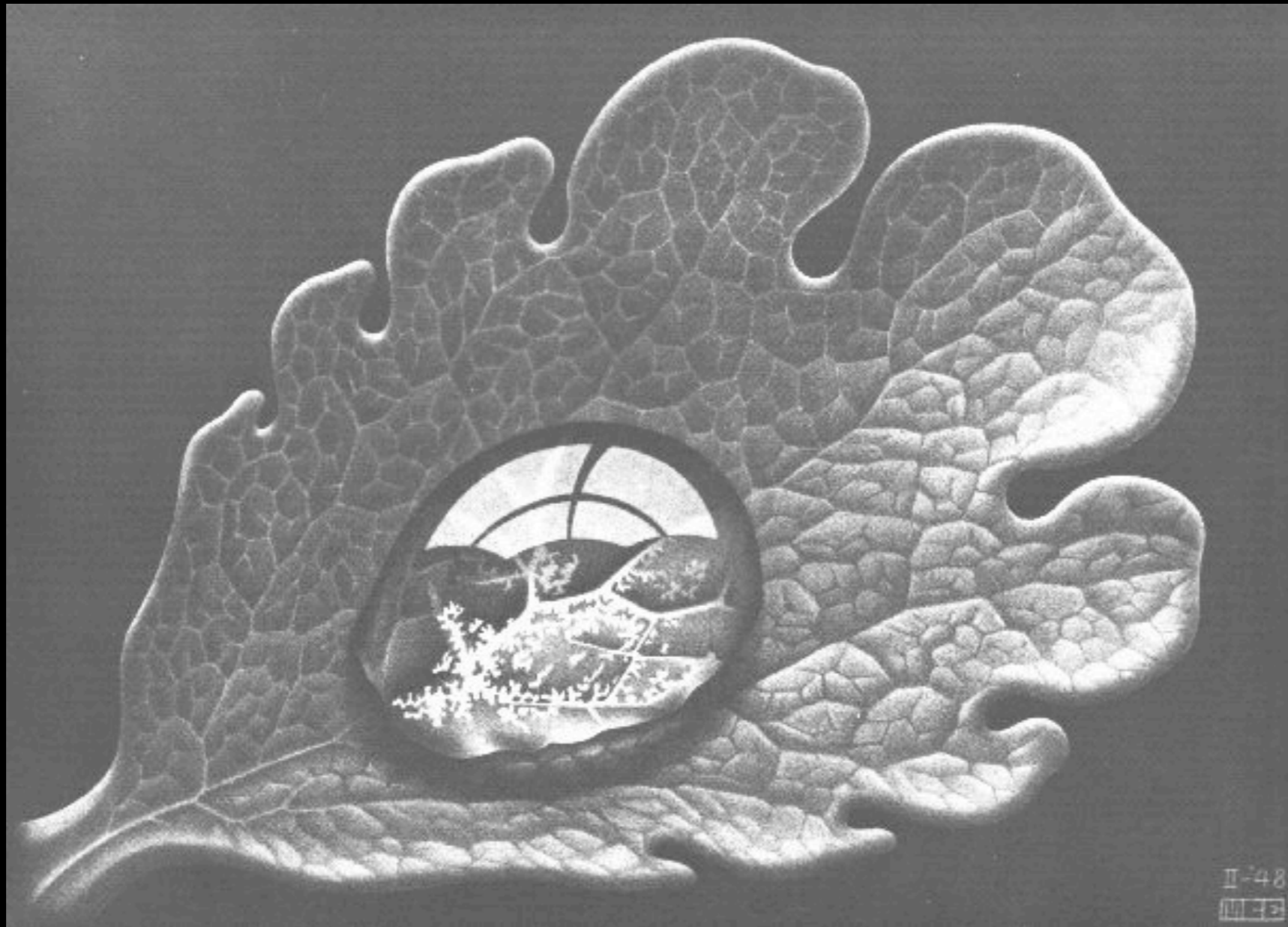
A ver para cuántos discos puedes...

Resolvimos un  
problema de  
computación,

sin  
computadoras

A stylized image of the Earth, rendered in shades of blue and purple, set against a black background. A bright blue lens flare is positioned in the upper right quadrant, partially overlapping the Earth. The word "IMAGINE" is written in a white, serif font across the center of the Earth. The entire image is enclosed within a white rectangular border.

IMAGINE





# Gracias por su atención

