Historia de las Matemáticas.

Curso en la

Facultad de Filosofía y Letras.

Jueves y Sábado (18 h. a 19 h.)

Sotero Prieto.

Avenida Chapultepec, 408 (B).
México. Eric. 4-38-64.

1ª lección — Jueves 1 de octubre de 1931.

La Historia de una Ciencia aclara el origen de los conceptos fundamentales, exhibe la evolución de los métodos.

Los rudimentos empíricos e inconexos de la Aritmética y de la Geometría vienen de la más remota antigüedad.

El antiguo Oriente sólo conoció reglas prácticas (justas o erróneas). Ausencia de razonamiento.

Egipto.

No ~~quedan~~ hay vestigios de alguna época de barbarie. Desde que fué habitado (5000 A. J.) el Egipto, hubo civilización. Evidentemente los pobladores fueron inmigrantes en un país desierto (el Valle del Nilo), que jamás había sido ocupado por pueblos salvajes.

¿De donde procedían esas migraciones? ¿Dónde habían evolucionado hasta el grado de civilización que llevaron a Egipto?

Las pirámides (2000 A. J.) acusan conocimientos geométricos.

La agrimensura se practicaba desde épocas remotas.

El más importante documento matemático egipcio es el papiro de Ahmes (1700 A. J.) que está en el Museo Británico. Parece fundado en una obra mas antigua (3400 A. J.) "Preceptos para obtener el conocimiento de todas las cosas secretas."

No hay en él resultados teóricos: afirmaciones y reglas prácticas para que un profesor las enseñara a sus discípulos

La Geometría consistía en hacer algunas construcciones y en valuar áreas: el área de un triángulo isósceles cuyos lados miden 10 ruts y la base 4 ruts es la mitad del producto de la base por un lado, es decir, 20 ruts cuadrados; el área de un trapecio isósceles se obtiene multiplicando la semisuma de las bases por uno de los lados; el área de un círculo se encuentra rebajando al diametro $\frac{1}{9}$ de su longitud, y elevando al cuadrado el resto $\left[\pi = \left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3.16\right]$

Papiro de Ahmes: Fracciones $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$ representadas por sus denominadores $2, 3, 4, 5, 6, \dots$ En vez de $\frac{2}{5}$ escribía: $\dot{3}\ \dot{1}5$

Tabla para convertir las fracciones $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \dots, \frac{2}{99}$ en sumas de dos partes alícuotas de la unidad:

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \dot{2}\ \dot{6} \ ; \quad \frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28} = \dot{4}\ \dot{2}8 \ ; \quad \frac{2}{99} = \frac{1}{66} + \frac{1}{198} = \dot{6}6\ 1\dot{9}8 .$$

¿Cuándo, cómo y por quien fué calculada esta tabla que tiene el Papiro de Ahmes, no se sabe.

Reiterando la aplicación de la tabla, se hace la descomposición de cualquier fracción de numerador mayor que 2:

$$\frac{5}{21} = \frac{1}{21} + \frac{2}{21} + \frac{2}{21} = \frac{1}{21} + \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{42}\right) + \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{42}\right) = \frac{1}{21} + \frac{1}{7} + \frac{1}{21} = \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{42}$$

$$= \dot{2}1 \quad \cancel{= \dot{2}\dot{1} + (\dot{1}4 + \dot{4}2) + (\dot{1}4 + \dot{4}2) = \dot{2}1 + \dot{7}}$$

$$= \dot{2}1\ (\dot{1}4\ \dot{4}2)(\dot{1}4\ \dot{4}2) = \dot{2}1\ \dot{7}\ \dot{2}1 = \dot{7}\ \dot{1}4\ \dot{4}2$$

Ecuaciones de Ahmes: (Álgebra rudimentaria antiquísima)

"Hau, su séptimo, su todo, hacen 19": $\frac{x}{7} + x = 19$

$\frac{8}{x}$ $\quad \frac{8x}{7} = 19, \quad \frac{x}{7} = 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 2\ \dot{4}\ \dot{8}, \quad x = 16\ \dot{2}\ \dot{8}.$

Defecto de la Aritmética egipcia: la ausencia de un simbolismo simple para representar los números.

Trazaban perpendiculares con el triángulo rectángulo 3, 4, 5.

En las paredes de un templo (100 A. J.) se dan reglas para áreas. Cuadrilátero $\frac{a+b}{2} \cdot \frac{c+d}{2}$: Ningún progreso desde 3000 A. J. hasta 200 años después de Euclides. Estancamiento. Practicismo rutinario.

 1,  10,  100,  1000, ...,  10 000 000.

El principio de posición no apareció: todo se reduce a acumulación

 23

Histoire des Mathematiques. — J. F. Montucla (XVIII).

A History of Mathemati~~ques~~cs. — Florian Cajori. (1909).

Histoire des Mathematiques. — ~~Jag~~ Jacques Boyer. (1900)

~~Histoire di~~
Historia de la Matemática. — H. Wieleitner (Colección Labor.)

Segunda lección. Sabado 3 de octubre.

Caldeos.

La escritura cuneiforme procede de la más remota antigüedad (6000 A. J.). Los sumerios la empleaban ya. Region más baja de la ~~an~~ Mesopotamia, cerca del Golfo Pérsico.

Hacia el año de 3000 A. J. ~~S~~ sufren la invasión de tribus nómadas del norte (los acadios) que acaban por someterlos acaudillados por Sargón I (2750 A. J.). Imperio Sumero-Acádico. Los conquistadores se civilizaron en contacto con los conquistados: aprendieron la escritura y la lengua.

Invasión de los amoritas (procedentes del Oeste), conquistan Mesopotamia y fundan el imperio babilónico (2100 A. J.): Rey Hammurabi. (Babilonia en el Eufrates.)

Los asirios, pueblo guerrero que merodeaba aguas arribs del Tigris habían fundado a Nínive, antes de que los acadios dominaran a los sumerios. Por muchos siglos pelearon y llegaron a conquistar Babilonia (1100 A. J.). ~~Nínive y Bab~~
Nínive (la ciudad de Piedra) y Babilonia (la Ciudad de ladrillo) alternativamente fueron las metrópolis dominadoras.

Los caldeos (semitas nómadas procendentes del sureste) invaden y conquistan Babilonia (600 A. J.). Nabucodonosor.

La cuña vertical era 1; 10, 100, (10, las dos manos).

Principio aditivo. 2, 3; 23, 30

Multiplicación 1000 = 10 × 100.

2000 = 2 × 1000

10000 = 10 × 1000

Los números grandes no llegan al millón.

Mezcla de sistemas decimal y sexagesimal.

Hay ladrillos babilonios (2000 A.J.) con una tabla de los cuadrados

$$1^2, 2^2, 4^2, 5^2, 6^2, \ldots, 60^2:$$

hásta 49 no hay anomalía. Después: $8^2 = 1\ \ 4$, $9^2 = 1\ \ 21$, $10^2 = 1\ \ 40$, $11^2 = 2\ \ 1, \ldots$, lo que sólo se interpreta con

$1\ \ 4 = 60 + 4$, $1\ \ 21 = 60 + 21$, $1\ \ 40 = 60 + 40$, $2\ \ 1 = 2 \times 60 + 1$.

Progresión aritmética

1 20, 1 36, 1 52, 2 8, 2 24, 2 40, 2 56, ... 3 40, 4. (Sexagesimal)

Aquí aparece el principio de posición

Fracciones: Denominador 60 sobreentendido?

$30 = \frac{1}{2}$, $20 = \frac{1}{3}$, $12 = \frac{1}{5}$

La Geometría de los babilonios se reducía a casi nada. La circunferencia dividida en seis arcos de cuerda igual al radio, y cada arco en 60 grados. Para ellos $\pi = 3$.

Mayas. (A. J.)

Base de numeración = 20. Empleaban el cero.

1	hun	1
20	kal	20
20^2	bak	400
20^3	pic	8000
20^4	calab	160 000
20^5	kinchel	3 200 000
20^6	alce	64 000 000

Los Incas empleaban cuando llegaron los españoles un perfecto sistema decimal.

Los Chinos casi nada hicieron A. J.

Alta: 3 octubre Peña Castellanos, José.

Tercera Lección Jueves 8 de octubre de 1931.

Carácter de las Matemáticas en Grecia: Razonamiento, Figuras ideales, Ciencia desinteresada. Poca tendencia a generalizar: aspecto artístico de los trabajos geométricos de los griegos.

La invasión del territorio griego por los arias se efectuó entre los siglos XV y X (A.J.)

Destruyeron la civilizacion egea. En Creta estaba la capital: Cnossos. Nada dejaron los egeos sobre Matemáticas.

El territorio montañoso contribuía al aislamiento de muchas regiones. Pequeños estados que nunca formaron una nacionalidad.

En el siglo VII se desarrolló activísimo intercambio comercial entre Grecia y Egipto

Los griegos, ávidos de conocimiento, tomaron como maestros a los sacerdotes egipcios. Tales, Pitágoras, Platón, Demócrito, ~~Eu~~ Eudoxio, visitaron Egipto

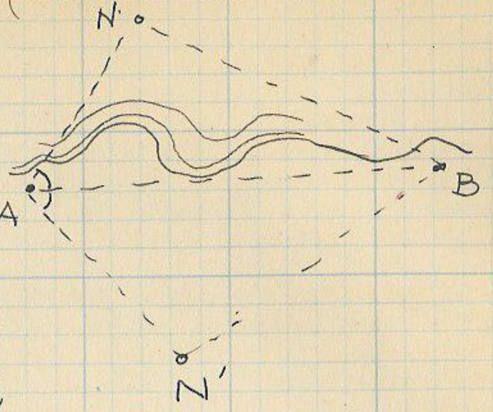
La Escuela Jónica.

Tales de Mileto	(640 – 546 A.J.)
Anaximandro	(611 – ¿545? AJ)
Anaximenes	(570 – ¿500?)
Anaxágoras	(540 – 469 A.J.)

Tales de Mileto (uno de los siete sabios de la Grecia) y fundador de la Escuela Jónica fue el introductor de la Geometría en Grecia. Ya maduro por negocios comerciales fue a Egipto, y estudió con los sacerdotes egipcios, a los que pronto eclipsó.

Maravilló al Rey Amasis al medir las alturas de las pirámides por medio de las sombras. ¿Proporción? ¿Igualdad?

Teoremas: igualdad de ángulos opuestos por el vértice, de los adyacentes a la base de un triángulo isósceles; bisección de un círculo por su base; igualdad de dos trian gulos: $a=a'$, $B=B'$, $C=C'$. (Medición de la distancia de un navío a la costa:



Se reproduce en la playa un triángulo igual al que forma el barco con la base.

Otro teorema de Tales: los ángulos inscritos en una semicir conferencia son rectos. (Algunos autores atribuyen este teorema a Pitágoras.) ← Hecatombe

Es probable que haya conocido la suma de los ángulos de un triángulo, y la proporcionalidad de los lados de dos triángulos equiángulos

Tales creó la Geometría de las líneas, con carácter científico y abstracto; ~~mien~~ así como los egipcios crearon la geometría de las areas en forma rudimentaria y empírica.

Sus discípulos Anaximandro y Anaximenes principalmente se dedicaron a la Astronomía.

Anaxágoras (discípulo de Anaximenes) pasó el tiempo en una prisión tratando de cuadrar el círculo. <u>La roca en que muchas reputaciones se han despedazado</u>

Anaxágoras no ofreció ninguna solución, y parece haber escapado ~~de~~ lúcidamente de los <u>paralogismos</u> que tanto abundan en torno de dicha cuadratura.

Su discípulo, Demócrito de Abdera, escribió sobre el contacto del círculo y la esfera, sobre las líneas inconmensurables y sobre la perspectiva.

Balance de la Escuela Jónica: Superó a los egipcios por sus tendencias; pero el caudal de conquistas realizadas fue, al fin, bastante pobre.

La Escuela Pitagórica.

Cuarta lección - Sábado 10 de octubre

Pitágoras (580? - 500? A. J.)

Filolaus, lao. (V A. J.) Empedocles V A. J.

Arkitas (428 - 347 A. J.)

Pitágoras. Semilegendario.
Nació en Samos (Isla del m. Egeo, muy cercana al Asia Menor, a Mileto). Conoció a Tales, quien lo incitó a estudiar en Egipto, a donde fué. Permaneció varios años, y probablemente visitó Babilonia.

Regresó a Samos, cuando imperaba el tirano Polícrates.

Fracasó su propósito de fundar allí una escuela.

Pasó a la Magna Grecia (sur de Italia), y en Crotona (en casa de Milón, el famoso atleta) fundó la Escuela Pitagórica.

No era simple Academia de Filosofía y Matemáticas.

Hermandad o cofradía que mantenía ligados a sus miembros por toda la vida.

Prohibición de divulgar las doctrinas y descubrimientos de la Escuela.

Dificultad para determinar la parte correspondiente a cada miembro: necesidad de considerar a los Pitagóricos en conjunto, formando un solo cuerpo.

Los Pitagóricos atribuían todos sus descubrimientos al gran fundador de su secta.

La Escuela creció rápidamente y hasta conquistó considerable influencia política.

Las ceremonias secretas y místicas, imitación de las egipcias, y las tendencias aristocráticas de la Escuela, provocaron animadversión del vulgo. El partido democrático de la baja Italia hizo una revuelta y destruyó los edificios de la Escuela Pitagórica.

Pitágoras huyó y fué asesinado.

Pitágoras no dejó ningún libro.

El teorema sobre el Δ rectángulo era conocido por los egipcios en un caso particular (3, 4, 5). Cuando Pitágoras lo descubrió o lo generalizó dicen que fue tanto su júbilo que hizo una hectombe. (?). Un ~~buey~~ toro de masa.

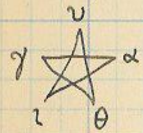
No se conoce la demostración de Pitágoras. La que está en los elementos es del mismo Euclides.

La suma de los ∠s de un Δ (conocida por Tales) fue demostrada por Pitágoras, como lo hace Euclides.

Demostró que en torno de un punto, tapizan sin dejar hueco ~~tre~~ 6 Δs. equiláteros, cuatro cuadrados o tres exágonos.

Con el triángulo equilátero construye el tetraedro, el octaedro, el icosedro y el cubo; (probablemente ~~conoc~~ conocidos de los egipcios). En la Filosofía pitagórica representan los elementos: fuego, aire, agua y tierra. G

Cuando después fue descubierto el ~~dod~~ dodecaedro (a falta de quinto elemento) fué utilizado para representar el Universo mismo.



Pentagrama de los pitagóricos para reconocerse.
υγιεια → υγιθα = ¡Salud!

Los Pitagóricos sabían construir un polígono equivalente a un polígono dado, y semejante a otro polígono ~~a otro polígo~~ ~~no~~ también dado. Este problema depende de varios teoremas importantes, y atestigua que el progreso de los pitagóricos en Geometría no fue insignificante.

Curioso: La Escuela Pitagórica no ~~dio~~ descubrió ningún teorema importante sobre el círculo.

La Política rompió al fin la fraternidad Pitagórica, pero sin embargo duró cuando menos dos siglos

Filolao escribió un libro sobre las doctrinas Pitagóricas y aunque rompió el Secreto de la Escuela, dio a conocer al mundo enseñanzas que hubieran permanecido ocultas.

Arkitas de Tarento, brilló como geómetra, hombre de Estado y general, era el único verdaderamente gran geómetra griego cuando Platón abrió su Escuela. Fue el primero en aplicar la Geometría a la Mecánica.

Quinta lección Jueves 15 de octubre.

Escuela Pitagórica.

Se debe a la Escuela Pitagórica (¿a Pitágoras mismo?) la noción de inconmensurabilidad.

Inconmensurabilidad del lado del cuadrado y su diagonal.

Curioso: la Escuela Pitagórica no dejó ningún teorema importante sobre el círculo.

Empedocles. Poema sobre la esfera. Llamó a* los solsticios las barreras del sol. De donde algunos tontos filólogos (según Montucla), han sacado pretexto para atribuirle el pensamiento de que el sol retrocedía porque encontraba obstáculos materiales.

Según Empedocles la luz era un escurrimiento continuo fuera del cuerpo luminoso. Se suicidó arrojándose por el cráter del Etna.

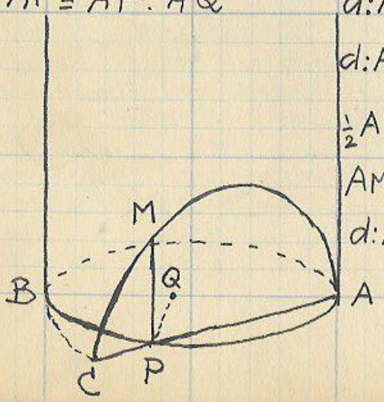
Filolao, fué partidario de la idea (y la dio a conocer públicamente, aunque era uno de los dogmas misteriosos de la Escuela), de la inmovilidad del sol y de la movilidad de la Tierra. Escribió sobre Mecánica.

(Aunque mujer, Damo, hija de Pitágoras, cumplió la promesa que exigió su padre de nunca revelar los secretos de su enseñanza: no así Filolao, quien divulgó los lineamientos principales de la enseñanza pitagórica. Sin embargo el secreto había durado más de un siglo.)

Arkitas de Tarento. Hombre de Estado y General, dotado de grandes virtudes, fue el más grande de los pitagóricos y el único gran geometra griego de su época. (Cuando Platón abrió su escuela).

Encontró una solución notable del problema de la duplicación del cubo

$d : AP = AP : AQ$



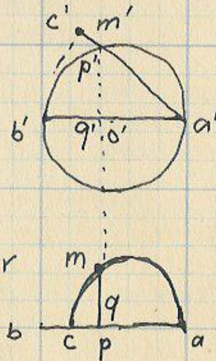
$d : AM = AM : AP$

$d : AP = AP : AQ$

$\frac{1}{2} AM : AP = AP : d$

$AM : AP = AP : r$

$d : AM = AM : AP = AP : r$



$\overline{AM}^2 = d . AP$

$\overline{AP}^2 = d . AQ$

$\overline{AM}^4 = d^3 . AQ$

Si $AQ = \frac{1}{2} AM$

$\overline{AM}^3 = \frac{1}{2} d^3$

Sexta lección

Sábado 17 de octubre.

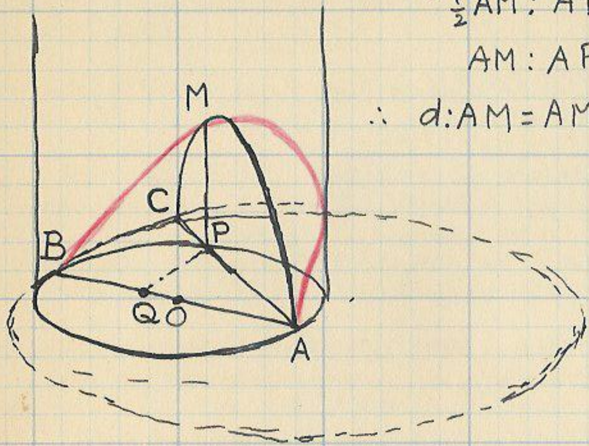
$$\begin{cases} AQ:AP = AP:d, \\ d: AM = AM:AP; \end{cases}$$

Si $AQ=\frac{1}{2}AM$

$$\tfrac{1}{2}AM : AP = AP:d,$$

$$AM:AP = AP:r;$$

$$\therefore\ d:AM = AM:AP = AP:r$$



$d: AP = AP: AQ;\qquad AP:AM = AM:d$

$d:AP = AP:\frac{1}{2}AM\qquad \{Si\ AQ = \frac{1}{2}AM\}$

$r:AP = AP:AM = AM:d$

$\triangle\, AQM\quad \{\hat{Q} = 90°\}$

$AQ = \frac{1}{2}AM\ \therefore\ \widehat{QAM} = 60°$

En coordenadas cilíndricas: $z = PM,\ \theta = \widehat{BOP}$.

$z = 2r\,\mathrm{sen}\frac{\theta}{4}\sqrt[2]{\cos\frac{\theta}{2}}$

La trayectoria alabeada de M, se corta ~~que~~ con un cono de revolución en torno del eje AB, cuyo vértice está en A y cuyas generatrices forman con el eje un ángulo de 60°

Arkitas fue habilísimo mecánico, y su fama llegó a tanto que se le atribuye la construcción de una paloma que volaba. Utilizó la Geometría para perfeccionar los mecanismos.

Pitágoras, asesinado; Empedocles, suicida; Filolao, despedazado por el populacho; Arkitas, murió en un naufragio. Con mucha frecuencia iba a Grécia desde Italia.

Séptima lección. Jueves 22 de octubre.

La Escuela de los Sofistas.

Guerras Heleno-Pérsicas (Siglo V) Maratón 490 A.J. (Darío)
Salamina 480 A.J. (Jerjes)
Platea 479 A.J. (Jerjes)

Pericles.

Después de sus triunfos Atenas progresó enormemente en actividades comerciales, artísticas y científicas. Se intensificó la sed de aprender y hubo demande de maestros. Vinieron principalmente de Sicilia y del sur de Italia

Fueron los Sofistas u "hombres sabios", los primeros que aceptaron dinero por enseñar: Costumbre opuesta a los usos pitagóricos.
Retóricos principalmente, pero algunos enseñaron Geometría, Astronomía y Filosofía.

Las Matemáticas que de las islas Jónicas pasaron a la Magna Grecia, fueron después a Atenas.

Hipías de Elea (460 – ? A.J.)
Hipócrates de Kíos (430 – ? A.J.)
Antifón
Brison de Heráclea

La geometría del Círculo, casi enteramente despreciada por los pitagóricos fue cultivada por los Sofistas. Casi todos sus descubrimientos fueron hechos en conexión con sus innumerables tentativas para resolver tres famosos problemas:

1) La trisección del ángulo.
2) La dublicación del cubo.
3) La cuadratura del círculo.

La bisección del ángulo, problema rudimentario.
La trisección presenta dificultades inesperadas.
El ángulo recto, trisectado por los pitagóricos.

El primer combatiente en el problema de la trisección del ángulo fue Hipías de Elea , y fracasó (como todos los sucesores) al intentar la ~~solución~~ trisección por medio de regla y compás solamente.

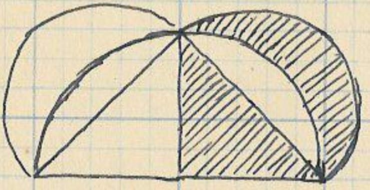
Proclo menciona a Hipías (¿también de Elea?) como inventor de una curva con la que puede dividirse exactamente el ángulo no sólo en tres, sino en cualquier número de partes iguales. (Esta misma curva fue empleada posteriormente por Dinostrato para cuadrar el círculo: la cuadratriz.)

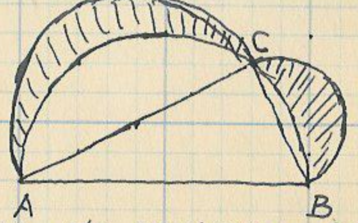
Sábado 24 de octubre   8ª lección.

Hipócrates de Kíos no se dedicó a la Geometría en su juventud. Era comerciante y viajó mucho en el Mediterráneo. Pésimamente dotado para los negocios, perdió su fortuna en Bizancio. Demostró que no es necesario ser un tonto para resultar cándido entre gentuza explotadora..

Suspendió sus operaciones comerciales y se estableció en Atenas para dedicarse a otras actividades. Allí estudió con entusiasmo la Geometría en una Escuela de pitagóricos, de la que al fin fue expulsado, porque se le acusó de enseñar fuera de ella a cambio de dinero.

Llegó a ser uno de los geómetras más distinguidos. En sus tentativas para cuadrar el círculo, obtuvo la cuadratura rigurosa de las lúnulas que llevan su nombre.

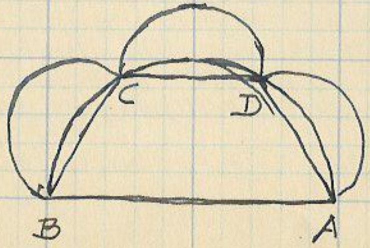




Primer ejemplo de figura plana de contorno curvo exactamente cuadrable.

La cuadratura de una lúnula (la limitada por una semicircunferencia y por un cuarto de otra circunferencia), provocó otro esfuerzo de Hipócrates para cuadrar el círculo

El trapecio ABCD es equivalente a las tres lúnulas y al semicírculo, tomados, los cuatro, en conjunto. Si del trapecio se restan los triángulos equivalentes a las lúnulas se obtendrá un polígono equivalente al



semicírculo: primer ejemplo de paralogismo relativo a la cuadratura del círculo

Brisón de Heráclea no dejó más huella que sus ideas sobre la cuadratura del círculo, que Aristóteles llama paralogismos. En medio de sus construcciones utilizaba, como si ya fuera bien conocida por sus contemporaneos, la equivalencia de un círculo con un rectangulo de lados iguales, respectivamente, a la semicircunferencia y al radio. Erróneamente admitió que el área del círculo es media aritmética entre las de dos polígonos: uno inscrito y el otro circunscrito.

Jueves 29 de octubre — 9a lección

Antifón intentó la cuadratura inscribiendo en el círulo un cuadrado, y en los cuatro segmentos, cuatro triángulos isósceles, y en los ocho nuevos segmetos otros ocho triangulos isósceles, y así sucesivamente. Después afirmaba que el círculo es equivalente al cuadrado, más los cuatro primeros triángulos isósceles más, los ocho siguientes, etc. Aristóteles desdeña la concepción de Antifón; pero justo es señalarla como el origen del método de exhaustación, que más tarde utilizó brillantemente Arquímedes en la cuadratura de la parábola.

Antifón creyó que duplicando reiteradamente el numero de cuerdas se llegaría a obtener un polígono ~~equ~~ coincidente con el círculo, cuestión que provocó disputas muy vivas en Atenas. Aceptada la coincidencia del polígono con el círculo, habría que rechazar la divisibilidad de las magnitudes ad infinitum.

Aristóteles siempre sostuvo la teoría de la infinita divisibilidad, mientras Zenon el estoico intentó demostrar lo absurdo de tal divisibilidad, fundándose en que si ésta es prolongable ad infinitum el movimiento sería imposible. Aquiles y la tortuga.

Hay que mencionar, aunque no clasificable entre los sofistas, sino entre los Jónicos a Demócrito de Abdera (460-370) discípulo de Anaxágoras y amigo de Filolao. Escribió sobre las líneas inconmensurables. Se le atribuye el descubrimiento de que la pirámide es equivalente a un prisma de igual base y de altura igual a un tercio.

El método de exhaustación es riguroso. Proporcionalidad de las áreas de dos círculos a las de los cuadrados de sus diámetros. Más tarde se agregó rigor al método de exhaustación complementándolo con la reducción al absurdo.

10ª lección   Sábado 31 de octubre

La Escuela de Platón. (389 A. J.)

Platón (429 - 348 A. J.)
Men~~ae~~aicmo (375 -
Dinostrato
Eudoxio de Cnido (408 - 355 A. J.)
Aristeo (mediados del siglo IV A. J.)
Aristóteles (384 - 322 A. J.)
Perseo (siglo IV A. J.)

Durante la Guerra del Peloponeso (431 - 404 A. J.) decayó mucho la importancia de Atenas en todas sus actividades, y la Geometría casi no progresó.

Platón, que nació en Atenas, fue discípulo de Sócrates, pero no adquirió de su maestro el gusto por las Matemáticas. Muerto éste, Platón viajó mucho. Egipto. Sur de Italia y Sicilia: contacto con los Pitagóricos. Amigo de Arkitas de Tarento (el primer matemático griego de su época). A su vuelta a Atenas fundó su escuela, la Academia, en un lugar boscoso

Platón: Aritmética y Geometría, claves del Universo. La Divinidad geometriza perpetuamente. La Geometría, necesaria para el estudio de la Filosofía: "No entre aquí el ignorante de la Geometría." La Geometría, vigorosa gimnasia mental.

Con un maestro de la talla de Platón, no sorprende que su escuela produjera tantos matemáticos

No hizo descubrimientos geométricos importantes, pero mejoró notablemente los métodos de investigación y las formas de razonamiento

Los sofistas del siglo V fueron rigurosos en muchas demostraciones, pero no analizaron la íntima naturaleza de sus propios métodos. Se apoyaban en los axiomas, pero no los enunciaban de una manera explícita, y utilizaban los conceptos de punto, línea y superficien, sin pretender definirlos.

Platón: "línea es una longitud sin anchura"; "punto es el principio de una línea"; "punto es una línea indivisible"; "línea es la frontera de una superficie"; "superficie es la frontera de un sólido." Euclides adoptó varios axiomas y definiciones de la Escuela de Platón.

Uno de los triunfos más grandes de Platón y su Escuela fue la invención del análisis como método para demostrar teoremas y para resolver problemas. Empleado inconscientemente por Hipócrates y otros sofistas. Platón como verdadero filósofo transformó la lógica instintiva en un método consciente y legítimo.

Asistieron
Señoritas López de Llergo

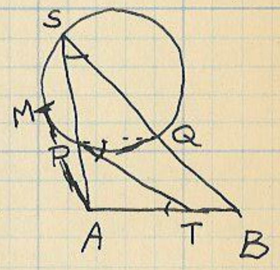
Ingº Orozco — Prof. Martínez Becerril.

Graef.

Aguilar

11ª lección — Martes 5 de noviembre.

El Análisis de Platón.



Problema. Dada una circunferencia y un segmento rectilíneo, constrúyase un ángulo inscrito formado por dos secantes apoyadas en los extremos del segmento y opuesto a un arco cuya cuerda ha de ser paralela al mismo segmento.

Suponiendo resuelto el problema: cuerda $PQ \parallel$ seg. AB

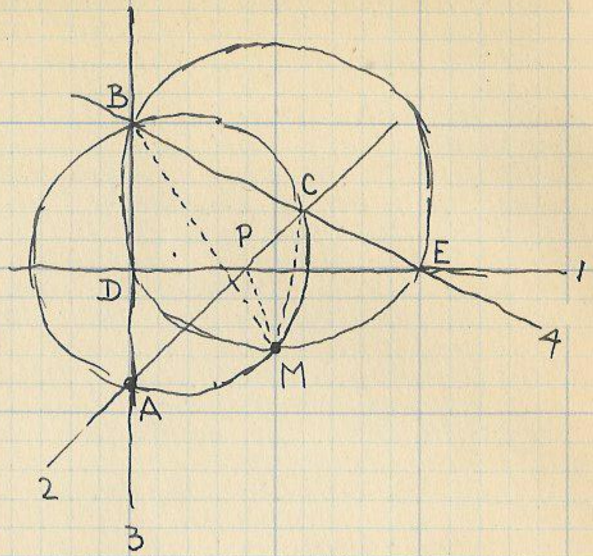
$\therefore\ \hat{S} = \widehat{QPT} = \widehat{PTA}$ $\therefore$ $SPTB$ es inscriptible

$\therefore\ AP \cdot AS = AT \cdot AB = AM^2$

Nuevo problema: Marcar un segmento AT que multiplicado por AB dé un producto igual al cuadrado de la tangente AM

$\therefore$ Una ⊙ apoyada en B, T y M es tangente a la recta AM
etc. etc.

Teorema.— Cuatro rectas coplanas cualesquiera, asociadas de tres en tres forman cuatro triangulos cuyas circunferencias circunscritas pasan por un ~~punto~~ mismo punto.



$234 = \triangle ABC$, $341 = \triangle BDE$

$412 = \triangle PCE$, $123 = \triangle ADP$

Sean las ⊙s circunscritas a

$\triangle ABC$ y $\triangle BDE$

Admítase que ~~M~~ M, punto de intersección de esas ⊙s, pertenece a la ⊙ circunscrita al $\triangle ECP$:

$\widehat{CEP}$

$$\widehat{PCM} = \widehat{PEM}$$

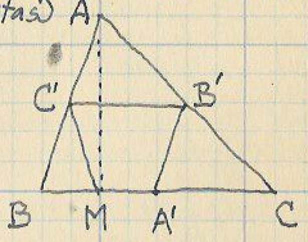
es decir

$$\widehat{ACM} = \widehat{DEM}$$

$$\therefore \quad \widehat{ACM} = \widehat{DBM}:$$

igualdad que se comprueba independientemente del teorema, porque el cuadrilátero ABCM está inscrito en un una ⊙.

Teorema.— Los pies de las medianas de un $\triangle$ cualquiera, los pies de las alturas, y los puntos medios de los segmentos comprendidos, entre el ortocentro y los vértices, son (de éstas) nueve puntos pertenecientes a una misma circunferencia.



Admítase que por el pie, M, de la altura AM, pasa la ⊙A'B'C':

A'B'C'M es un cuadriláter(o) inscriptible, en el que $C'B' \parallel MA'$;

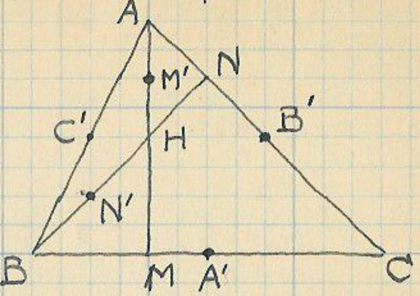
$\therefore$ A'B'C'M es un trapecio inscriptible, y, por tanto, isósceles:

$$\therefore \quad C'M = B'A' = \tfrac{1}{2} AB$$

$$\therefore \quad C'M = C'B:$$

propiedad bien conocida del $\triangle$ rectángulo: ~~ta dia~~ el centro de la hipotenusa equidista de los tres vértices.

Está demostrado que los pies de las alturas y los de las medianas pertenecen a una misma circunferencia.



Admítase, ahora, que esa misma ⊙ bisecta los segmentos HA y HB:

la ⊙ C'M'N' pasa por los puntos M y N;

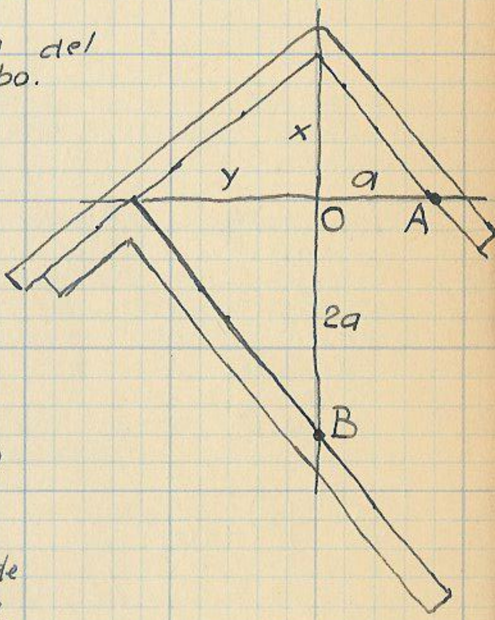
puntos que son los pies de dos alturas del △ ABH.

Esta consecuencia no es más que la proposición ya demostrada, correspondiente al △ABH.

12ª lección

Sábado 7 de noviembre.

Platón dio una solución mecánica del problema de la duplicación del cubo.



Dos escuadras que deslizan una en otra

OA = a, arista del cubo dado;

OB = 2a; duplo de la arista.

Dos medias proporcionales

$a:x = x:y = y:2a$

Se duda de que esta solución sea efectivamente de Platón, por no ser <u>geométrica</u> <u>puramente</u>.

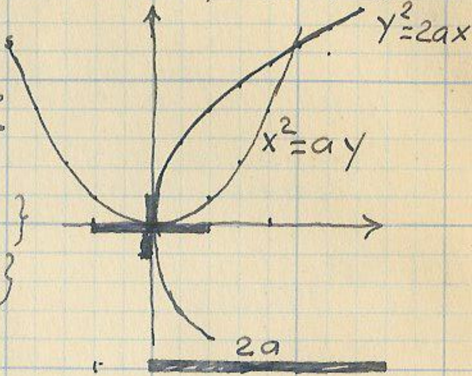
Platón estimuló el estudio de los sólidos: la esfera y los poliedros regulares, ya eran conocidos con cierto detalle; no así el prisma, la pirámide, el cilindro y el cono, que fueron objeto de investigaciones sistemáticas en la Escuela de Platón.

En este campo el descubrimiento más brillante y de mayor trascencia es el de las Secciones Cónicas, realizado por <u>Menaícmo</u>, que condujo la Geometría en sólo un siglo a la altura máxima alcanzada en la antigüedad

<u>Menaícmo</u> el cono ~~agudo~~, el cono <u>recto</u> y el cono <u>ob</u>.
<u>acutángulo</u>, <u>rectángulo</u>

tusángulo, que cortaba siempre con un plano perpendicular a una arista. Obtuvo así la elipse, la parábola y la hipérbola.

Conoció la propiedad de la parábola que se expresa con la ecuación $y^2 = 2px$: la ordenada es media proporcional entre la abscisa y el doble del parámetro.



Con dos parábolas de parámetros iguales, respectivamente, a la arista del cubo dado, y a la mitad de esta arista, resolvió el problema de la duplicación del cubo.

$$a : x = x : y \quad \{\text{parámetro } \tfrac{a}{2}\}$$

$$x : y = y : 2a \quad \{\text{parámetro } a\}$$

$$\therefore \quad a : x = x : y = y : 2a$$

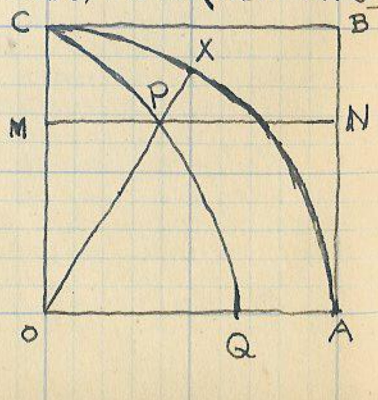
la abscisa y la ordenada de la intersección, resultan las dos medias proporcionales entre la arista y su duplo.

Ing. Orozco
Urquijo M.
Cosío
Nava
Rosell
García Q.
Villela
Ramos G.
Aguilar
Gref
Malcher

13ª lección — Jueves 12 de noviembre

La Cuadratriz de Dinostrato (350 A. J.)

Dos rectas móviles



14ª lección   Sábado 14 de noviembre

<u>Eudoxio de Cnido</u> (408 - 355 A.J.)

Discípulo de Arkitas, y después de Platón.

"El padre de las observaciones astronómicas verdaderamente científicas."

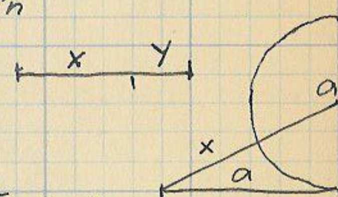
Concibió el sistema de las esferas concentricas para la luna, el sol, los planetas y las estrellas

La fama de la escuela de Platón en gran parte se debió a Eudoxio y a sus discípulos directos: Menaicmo, Dinostrato y ~~[illegible]~~ entre otros.

Resolvió el problema de la "sección áurea" o división de un segmento en media y extrema razón

$$-\frac{y}{x} = \frac{x}{a} \qquad \frac{y}{x} + 1 = \frac{x}{a} + 1$$

$$\frac{a}{x} = \frac{a+x}{a} \qquad \frac{x}{a} = \frac{a}{a+x}$$



Según afirma Arquímedes, demostró Eudoxio rigurosamente que una piramide equivale exactamente a un tercio del prisma ~~[illegible]~~ de misma base y altura, y analogamente del ~~cili~~ cono y del cilindro.

El Quinto Libro de los Elementos de Euclides, que trata de las magnitudes proporcionales, en realidad es debido a Eudoxio.

Aristeo (mediados siglo IV)

Fama extraordinaria en la antigüedad: todas sus obras se perdieron. Papus afirma que Aristeo escribió cinco libros sobre las secciones cónicas

Aristóteles (384-322 A.J.)

15ª lección   Jueves 26 de noviembre.

La Primera Escuela de Alejandría.

Euclides (floreció de 305 a 280 A.J.)

Arquímedes (287-212 A.J.)

Eratóstenes (275 - ? A.J.)

Apolonio de Perga (floreció hacia 220 A.J.)

Perseo (floreció hacia 150 A.J.)

Nicómedes (floreció hacia 180 A.J.)

Diocles (" " 180 ? A.J.)

Hiparco (180-125 A.J.)

Después de la Guerra del Peloponeso (431-404 A.J.) la decadencia política y comercial de Atenas no impidió el florecimiento de una pléyade magnífica de matemáticos y filósofos. (Platón y Aristóteles).

En 338 A.J. Atenas fué vencida por Filipo rey de Macedonia.
Alejandro el Grande conquistó un imperio que se deshizo al morir

Egipto le cayó en el reparto a Ptolomeo, que aprovechó como capital el puerto de mar de mar fundado por Alejandro: Alejandría. Allí creó la famosa Universidad de Alejandría, fundó la gran Biblioteca, y construyó laboratorios, museos, y un jardín zoológico.

Probablemente Euclides, residiendo en Atenas, fue invitado para abrir en la Universidad de Alejandría, la Escuela de Matemáticas

Nada se sabe del nacimiento y muerte de Euclides y muy poco de su vida. Estaba muy bien ente

rado de las enseñanzas de la escuela de Platón.
El mérito principal de Euclides fue el de escribir los Elementos.

Aquí sistematizó la enseñanza de la Geometría. Puso en orden los trabajos de Eudoxio y de otros platónicos.

Cuando Ptolomeo preguntó si la Geometría podía dominarse por un camino más fácil que estudiando los Elementos, Euclides contestó "No hay camino real en la Geometría"

Un joven que comenzó a estudiar Geometría con Euclides, apenas hubo leído la primera proposición, preguntó: ¿Y qué gano yo aprendiendo estas cosas? Euclides llamó a su esclavo y le ordenó "Dale dos dracmas, porque él necesita ganar algo por lo que aprende."

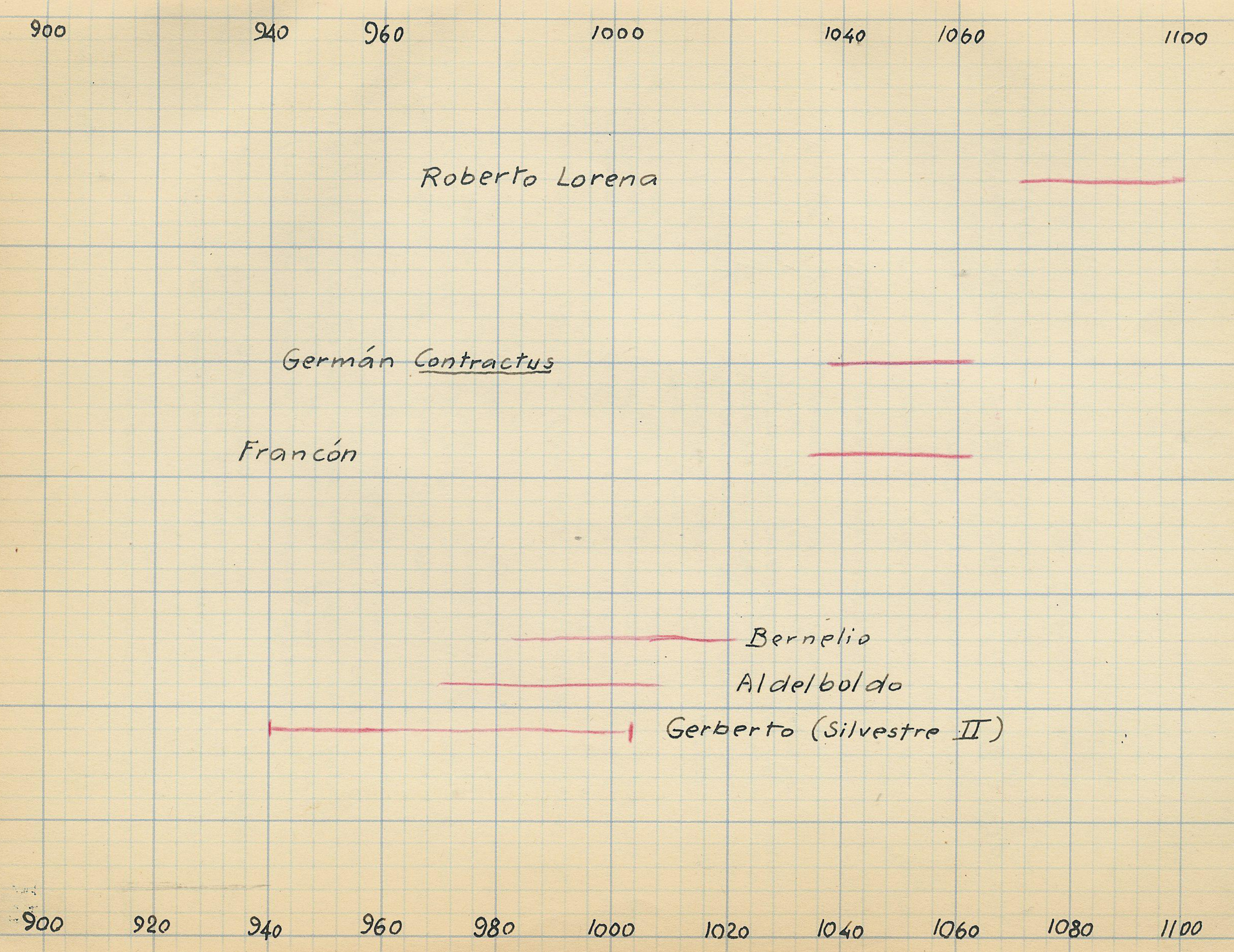
Otros detalles de su vida son invención de escritores sirios y árabes, que pretenden saber mucho sobre el particular. Durante siglos se confundió a Euclides con su homónimo Euclides de Megara que vivió un siglo antes.

La superioridad de los Elementos de Euclides sobre los Elementos de Hipócrates, y de otros autores se revela en el gran número de copias que se hizo de los primeros en la antigüedad, por lo cual no se perdieron: los demás son libros ya perdidos.

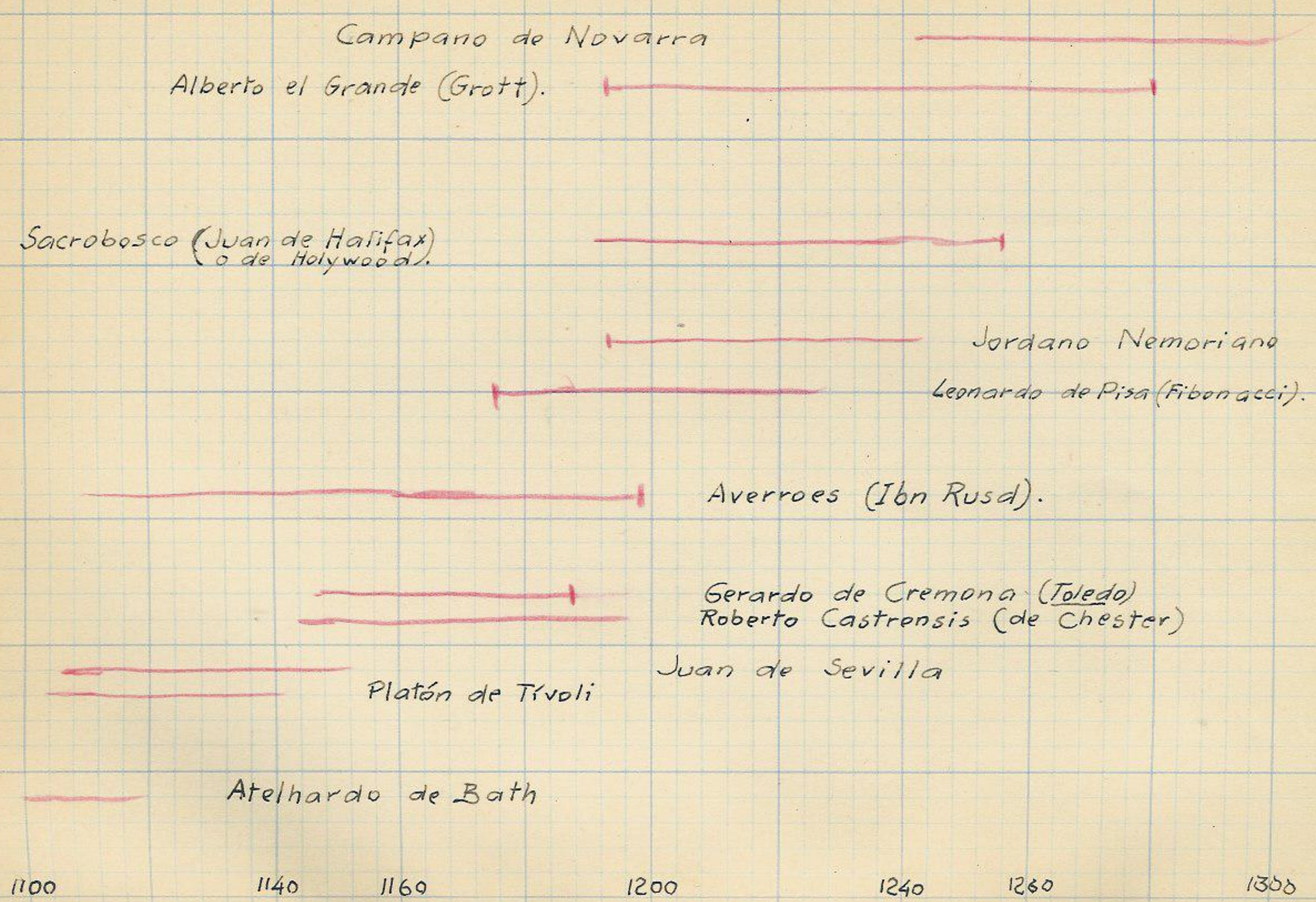
Los trece libros

I, II, III y IV.	Geometría pura (figuras planas)
V	Proporciones en general
VI	Semejanza de figuras.
VII, VIII, IX	Aritmética: propiedades de los números
X	Teoría de los inconmensurables.
XI, XII, XIII	Geometría del Espacio.
XI	Teoremas elementales
XII	Pirámide, Prisma, cono, cilindro y esfera.
XIII	Polígonos y poliedros regulares

Asistieron: Aguilar, Gráf, Malcher, García Q., Beristain.
Guerrero Johare, Ramos, Villela, Dovalí,
Ing. Orozco.



900
940
960
1000
1040
1060
1100
Roberto Lorena
Germán Contractus
Francón
Bernelio
Aldelboldo
Gerberto (Silvestre II)
900
920
940
960
980
1000
1020
1040
1060
1080
1100


Campano de Novarra
Alberto el Grande (Grott).
Sacrobosco (Juan de Halifax)
(o de Holywood).
Jordano Nemoriano
Leonardo de Pisa (Fibonacci).
Averroes (Ibn Rusd).
Gerardo de Cremona (Toledo)
Roberto Castrensis (de Chester)
Juan de Sevilla
Platón de Tívoli
Atelhardo de Bath
1100
1140
1160
1200
1240
1260
1300

18ª lección sabado 5 de diciembre.

Complementos de Matemáticas para Topógrafos
Lección 13ª Jueves 18 de Mayo de 1933

Asistieron: Delgado P., Sortibrán, Luna, Aguilar, Verduzco.

Funciones hiperbólicas.

$$Sh^2 u = \frac{1}{4}\left(e^{2u} - 2 + e^{-2u}\right)$$

$$Ch^2 u = \frac{1}{4}\left(e^{2u} + 2 + e^{-2u}\right)$$

$$Ch^2 u - Sh^2 u = 1$$

$$Ch^2 u + Sh^2 u = \frac{1}{2}\left(e^{2u} + e^{-2u}\right) = Ch\, 2u$$

19ª lección Jueves 18 de febrero de 1932.

(Sigue) la Primera Escuela de Alejandría.

Euclides (floreció de 305 a 280 A. J.)

Arquímedes (287 - 212 A. J.)

Eratóstenes (275 - ? A. J.)

Apolonio de Perga (floreció hacia 220 A. J.)

Perseo (floreció hacia 150 A. J.)

Nicómedes (floreció hacia 180 A. J.)

Diocles (" " 180 ? A. J.)

Hiparco (180 - 125 A. J.)

Arquímedes nació en Siracusa (Sicilia). Visitó Egipto, donde entabló amistad con Erastótenes (más joven que él), y probablemente estudió en Alejandría. Esta conjetura se robustece, por el hecho de que Arquímedes estaba al corriente de todos los trabajos matemáticos importantes que hasta entonces se habían realizado.

Regresó a Siracusa, donde prestó grandes servicios a su admirador y amigo, el Rey Herón, aplicando su extraordinario genio inventivo a la construcción de algunas máquinas de guerra, con las que produjo muchos descalabros a los Romanos durante el sitio de Siracusa emprendido por Marcelo.

La historia de los espejos de Arquímedes que incendiaban los navíos romanos, concentrando en ellos los rayos del sol, resulta actualmente increíble, y quizá no es más que una fantasía.

La ciudad cayó al fin en poder de los Romanos y Arquímedes pereció durante los desórdenes que siguieron. La tradición cuenta que estaba estudiando un problema geométrico, abstraído totalmente en la contemplación de la figura trazada, ~~sobre~~ en la arena, cuando un soldado Romano entró ruidosamente. Arquímedes, sin moverse, le dijo: "no me borres mis círculos". El soldado, que sólo entendía el latín, creyó oír un insulto, y lo mató.

La memoria de Marcelo no está manchada por la muerte de Arquímedes, cuyo genio admiraba con entusiasmo. Había ordenado a sus lugartenientes, que a toda costa respetaran la vida de aquel grande hombre; pero en esto fracasó. En honor de Arquímedes hizo construír una tumba en la que aparece una esfera inscrita en un cilindro, aludiendo, así, a uno de los descubrimientos del más grande de los geómetras de la antigüedad.

Lección 20ª   Martes 23 de febrero de 1932

Aunque sus conciudadanos admiraban principalmente sus invenciones mecánicas, Arquímedes apreciaba muy por encima de estas sus descubrimientos en Ciencia Pura.

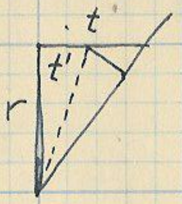
En su libro "Medida del Círculo", demuestra que el área del círculo es igual a la de un △ rectángulo de base igual a la longitud de la circunferencia, y de altura igual al radio. En seguida valúa, aproximadamente, la longitud de la circunferencia.

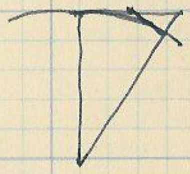
Utiliza un △ equilátero que tiene un vértice en el centro del ⊙ y el lado opuesto tangente a la circunferencia.

$$\frac{t-t'}{t'} = \frac{\sqrt{r^2+t^2}}{r}$$

$$\frac{t}{t'} = \frac{r+\sqrt{r^2+t^2}}{r}$$

$$t' = \frac{rt}{r+\sqrt{r^2+t^2}}$$



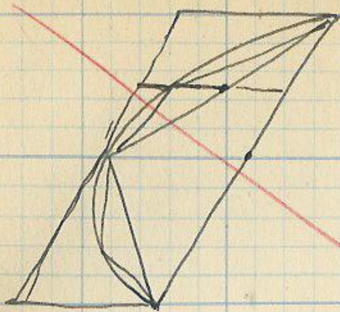


Así obtiene un valor de la circunferencia aproximado por exceso

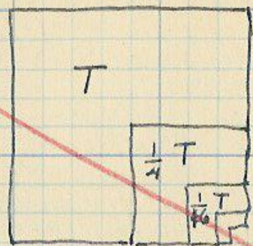
$$\pi < 3\frac{1}{7}$$

En seguida obtiene un límite inferior, por medio de polígonos regulares inscritos de 6, 12, 24, 48 y 96 lados y llega a la conclusion de que la circunferencia excede al triple del diametro en una fracción que es menor que $\frac{1}{7}$ pero mayor que $\frac{10}{71}$ de dicho diametro

La "Cuadratura de la Parábola" contiene dos soluciones del problema



$$T + \frac{1}{4}T + \frac{1}{16}T + \cdots = \frac{4}{3}T = \frac{2}{3}P$$



Asistieron:

Ramos
Guerrero, Jehová
Oropeza (!)
Graef
Aguilar
García Quinte
Alvarez Marín (!)
Molina (!)
Cossío
Rosell
Urquijo
Gómez del Campo.

Lección 21ª — Jueves 25 de febrero

La Cuadratura de la Parábola, libro de Arquímedes.

Lección 22 Martes 1° de marzo.

El Cilindro y la Esfera, tratado de Arquímedes.

Jueves 3: No huboclase, por enfermedad

Lección 23ª Martes 8 de marzo

Eratóstenes (275 - ?) Nació en Cirene. África del N.

Director de la Biblioteca de Alejandría.

Gran Filósofo. Inventó un procedimiento mecánico (con el mesolabio) para resolver el problema de la duplicación del Cubo, o de las dos medias proporcionales.

Sus admiradores le llamaban β, exagerando, como si hubiera sido el segundo matemático griego.

Indudablemente fue el más antiguo de los geógrafos prominentes.

La Criba de Eratóstenes para los números primos.

3, 5, 7, ~~9~~, 11, 13, ~~15~~, 17, 19, ~~21~~, 23, ~~25~~, ~~27~~, 29, 31

~~33~~, ~~35~~, 37, ~~39~~, 41, 43, ~~45~~, 47, ~~49~~, ~~51~~, 53, ~~55~~

No se conoce ninguna fórmula general para expresarlos.

No se sabe si existe un número finito o infinito de números primos de la forma x^2+1; ni tampoco, si exis- un número finito o infinito de soluciones de la ecuacion $x-y=2$. Tampoco se sabe con certeza, si existe siempre un numero primo entre dos cuadrados consecutivos n^2 y $(n+1)^2$?

Medida de la Tierra. — El primer trabajo geodésico que se haya ejecutado fue obra de ~~Ar~~ Eratóstenes.

En el Alto Egipto, Siena (actualmente la presa de Asuán) tiene al Sol en el zenit cuando llega al solsticio de verano, y entonces, en Alejandría, el sol tiene 7° 12′ de distancia zenital según Eratóstenes: luego la diferencia de latitud es de 7° 12′ = $\frac{1}{5}$ de 36° = $\frac{1}{50}$ de 360°. La distancia Alejandría - Siena es de 5000 estadios, por consiguiente la circunferencia de la tierra es de 50 × 5000 = 250 000 estadios

---

Lección 24ª Jueves 10 de marzo

Apolonio de Perga (floreció hacia 220 A. J.)

Nació en Perga (de Panfília, en el Asia Menor) que actualmente se llama Kara-Hissar.
Perfeccionó el sistema de numeración de Arquímedes, empleando como base la miriada = 10 000.

Su obra principal es el Tratado de las Secciones Cónicas: adopta allí el nombre de parábola (ya utilizado por Arquímedes) y bautizó a las otras dos curvas con los nombres de "elipse" y de "hipérbola" (contraída o deficiente y excesiva).

No utiliza, como Menaícmo, el plano secante por fuerza perpendicular a una generatriz, y tres conos con diferentes aberturas, sino un solo cono que corta con planos diversamente inclinados. Utiliza algo equivalente a un sistema de coordenadas: un eje de simetría sirve como eje de abscisas, y la perpendicular en el vértice (tangente) como eje de ordenadas.

$y^2 = 2px$ (parábola) $y^2 = 2px - kx^2$ (elipse, deficiente)

$y^2 = 2px + kx^2$ (hipérbola, excesiva)

Emplea lo mismo el cono de revolución que el cono circular oblicuo.

Estudia los diámetros, los ejes, las asíntotas de la hipérbola

Asistió: Villela.
Doval.

Se inscribió el Profesor: López López, Manuel.

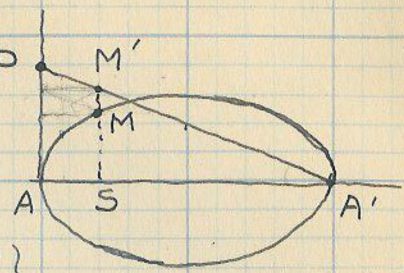
Lécción 25^a Martes 15 de marzo.

Teorema fundamental de Apolonio.

5 $\overline{SM}^2 = AS \cdot SM'$

$SM' = 2p - \frac{p}{a}x$

$\therefore \quad y^2 = 2px - \frac{p}{a}x^2$ (Elipse)

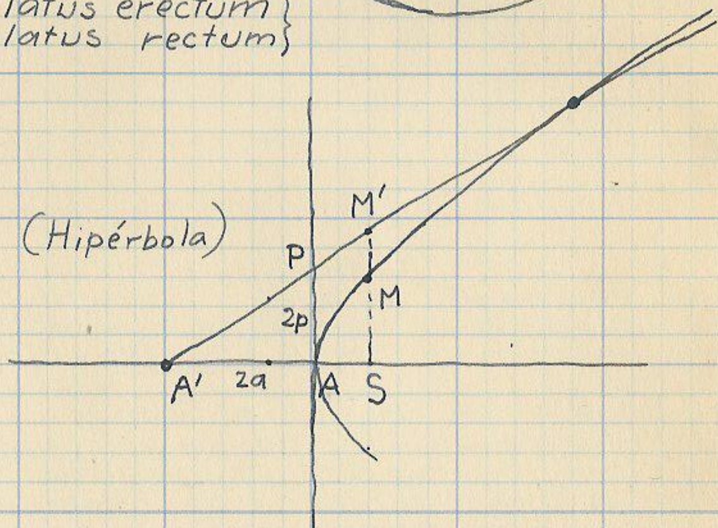


$$\left.\begin{array}{l} 2p = \text{latus erectum} \\ \quad = \text{latus rectum} \end{array}\right\}$$

$\overline{SM}^2 = AS \cdot SM'$

$SM' = 2p + \frac{p}{a}x$

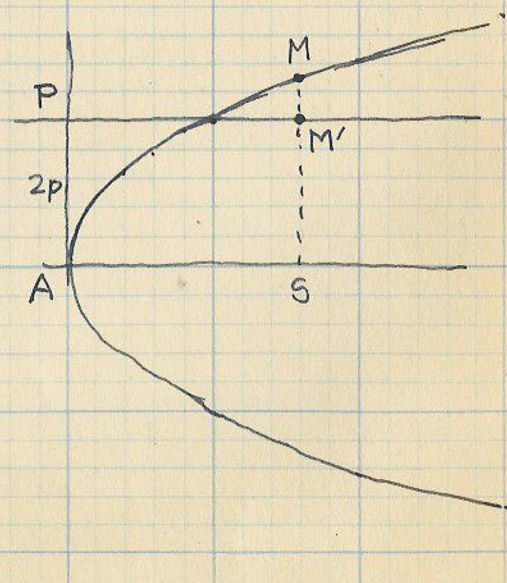
$y^2 = 2px + \frac{p}{a}x^2$ (Hipérbola)



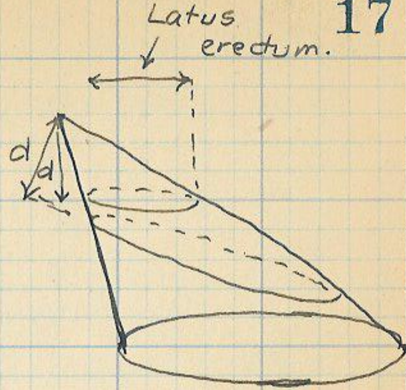
$\overline{SM}^2 = AS \cdot SM'$

$SM' = 2p$

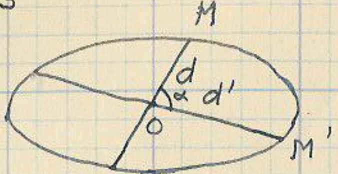
$\overline{SM}^2 = 2p\,x$



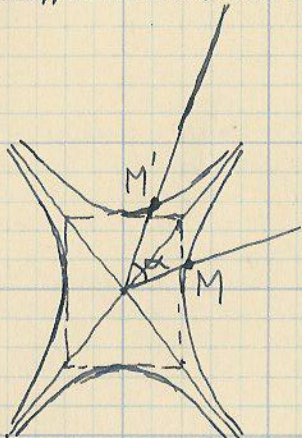
Latus erectum

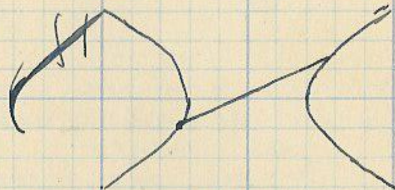


Teoremas de Apolonio
sobre los diámetros
conjugados



$dd' \operatorname{sen} \alpha$ = constante , $d^2 + d'^2$ = constante.





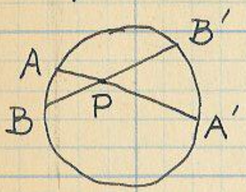
$\overline{OM'}^2 - \overline{OM}^2$ = constante

$OM \cdot OM' \operatorname{sen} \alpha$ = constante.

Lección 26ª — Jueves 17 de marzo

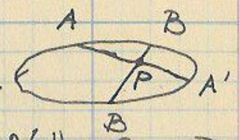
Propiedades de los focos. (puntos de aplicación)

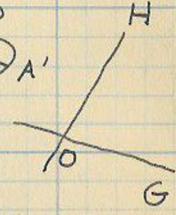
F



$$PA \cdot PA' = PB \cdot PB'$$

$$\frac{PA \cdot PA'}{PB \cdot PB'} = 1$$

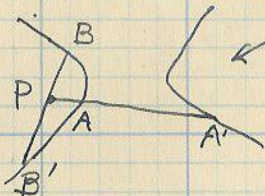




$AA' \parallel OG$

$BB' \parallel OH$

$\therefore \dfrac{PA \cdot PA'}{PB \cdot PB'} =$ constante.



Si por el punto de concurso de dos tangentes a una sección cónica, se traza una secante que corte a la curva en dos puntos, y a la cuerda de los contactos de las tangentes en un tercer punto, éste y el de concurso de las dos tangentes serán conjugados armónicos con relación a los primeros.

Lección 27ª $ Martes 29 de marzo de 1932.

Nicómedes (floreció hacia 180 A.J.)

Diocles (floreció hacia 180 A.J.)

Perseo (floreció hacia 150 A.J.)

Después de Arquímedes y Apolonio, durante <u>tres o cuatro siglos</u>, algunos geómetras de gran renombre, sin igualar a esos dos grandes hombres continuaron enriqueciendo la Geometría con descubrimientos y teorías ~~importa~~ interesantes. En seguida, durante <u>dos o tres siglos</u>, vienen los comentadores, que nos trasmitieron las obras, y los nombres de los <u>geómetras</u> de la <u>antigüedad</u>. Más tarde los siglos de somnolencia en que la Geometría vegeta con los árabes y los persas, hasta llegar al Renacimiento,

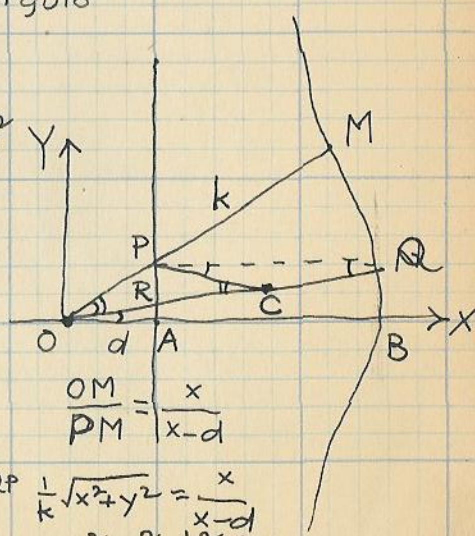
Vamos a entrar a la época de los grandes progresos de la Astronomía, en que casi todos los Geómetras que alcanzaron celebridad orientaron sus trabajos hacia esta ciencia.

Fue una consecuencia natural de los grandes trabajos de Arquímedes y Apolonio dentro de las Matemáticas puras: sus descubrimientos requerían siglos de meditación y de estudio — para ser digerido — antes de ir más allá, en las materias tratadas por esos genios.

<u>Nicómedes</u> (lugar de nacimiento desconocido), inventó la curva llamada <u>concoide</u>, y la utilizó para resolver el problema de la trisección del ángulo

Para hacer la trisección de $\angle XOP$, se traza una concoide de base $AP \perp OX$, y con el segmento k de longitud igual a $2\,OP$; en seguida se corta la curva, en Q, con una perpendicular PQ a la base, y se liga Q con O:

$$(x^2+y^2)(x-d)^2 = k^2x^2$$



$$RC = CQ = CP = \tfrac{1}{2}k = OP$$

$$\frac{OM}{PM} = \frac{x}{x-d}$$

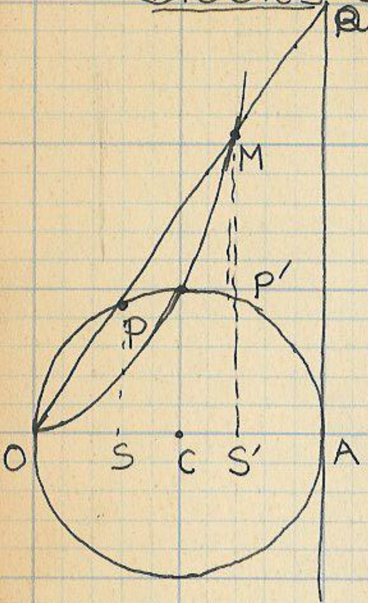
$$\therefore \quad \angle OCP = 2\angle OQP = \angle COP$$

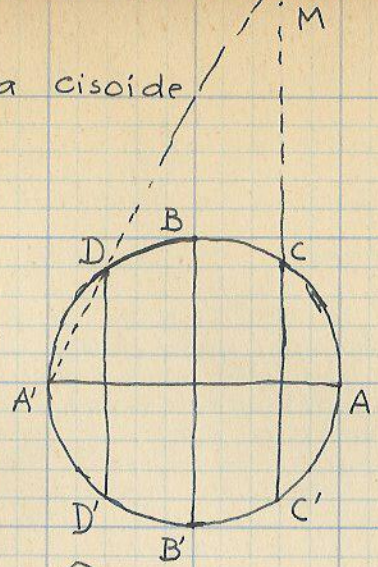
$$\therefore \quad \angle QPM = \angle COP + \angle CQP = 2\angle OQP + \angle OQP$$

$$= 3\angle OQP$$

$$\frac{1}{k}\sqrt{x^2+y^2} = \frac{x}{x-d}$$

Diocles encontró la cisoide





$OA = A \qquad \widehat{AOP} = \theta$

$x = a - OP\cos\theta = a - a\cos^2\theta = a\,\text{sen}^2\theta$

$y = a\tan\theta - OP\,\text{sen}\,\theta = a\tan\theta - a\,\text{sen}\,\theta\cos\theta$

$= \cancel{a}(\quad = a\,\text{sen}\,\theta\left(\frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta\right) = \frac{a\,\text{sen}^3\theta}{\cos\theta}$

$$y^2 = \frac{a^2\,\text{sen}^6\theta}{\cos^2\theta} = \frac{a^3\,\text{sen}^6\theta}{a\cos^2\theta} = \frac{x^3}{a-x}$$

$\acute{x}$

$x : S'P' = S'P' : a-x = SP : OS = \frac{y}{x}$

$\frac{y}{x} = \frac{x}{S'P'}$

$\frac{y}{x} = \frac{S'P'}{a-x}$

$\frac{y^2}{x^2} = \frac{x}{a-x}$

Asistieron:
Urquijo
Ramos G.
Doval
Alvarez Dom.
Graef
Aguilá
Srita. Castro
López
Rosell

Se inscribieron
Rita López de Llergo
Sara Lopez de Llergo.

Lección 28ª — Jueves 31 de marzo.

La duplicación del cubo, por medio de la cisoide de Diocles

$$\begin{cases} y^2 = \dfrac{x^3}{a-x} \\ y = 2(a-x) \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} y^3 = x^3$$

$$y^3 = 2x^3$$

$$\frac{y}{x} = \frac{x}{s'p'} = \frac{s'p'}{a-x}$$

<u>x</u> y SP son <u>dos</u> <u>medias</u> <u>proporcionales</u> entre <u>y</u> y a-x: bastará tomar un punto en que

$$a - x = \frac{1}{2} y$$

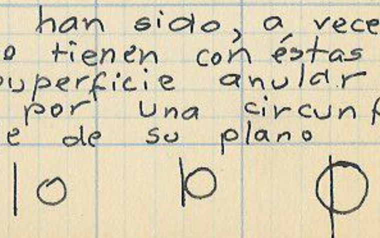
Lección 29 — Martes 5 de abril.

Perseo (floreció hacia 150 A. J.)
Zenodoro
Hipsicles (" " 150 A. J.)
Hiparco (180-125 A. J.)
Herón de Alejandría, el Viejo (floreció hacia 100 A. J.)
Gémino de Rodas (floreció hacia 70 A. J.)

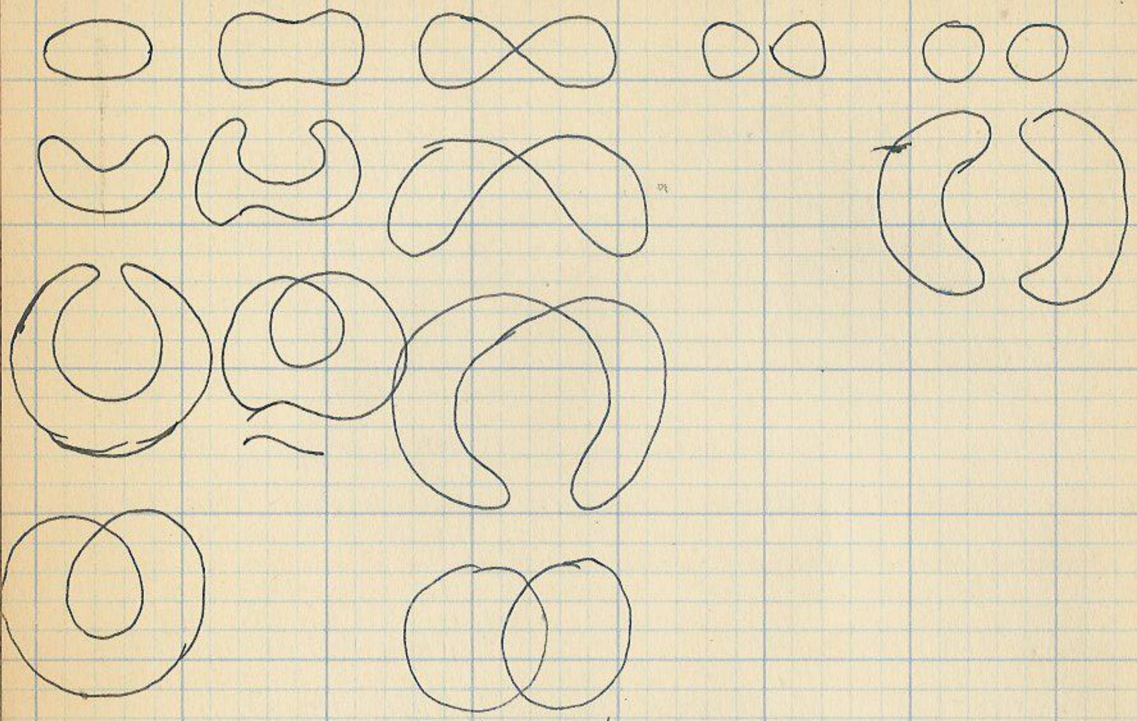
Nada tiene que ver Perseo el Geómetra con el Perseo mitológico ni con Andrómeda. Es curioso que la fijación de la época en que vivió y la identidad de las curvas estudiadas por él, hayan dado origen entre los modernos a tantas discusiones.

En estas mismas lecciones apareció su nombre entre los geómetras de la Escuela Platónica (Siglo IV A.J.): así lo presenta <u>Chasles</u> en su Apersu Historique sur l'Origine et Developpement de la Géométrie. Montucla, por el contrario, lo coloca en los primeros siglos de la Era cristiana.

Las <u>espíricas</u> de Perseo han sido, a veces, confundidas con <u>espirales</u>, pero no tienen con éstas relación alguna. La <u>espira</u> es la superficie anular abierta, cerrada o abarrilada, generada por una circunferencia que gira en torno de un eje de su plano



Las espíricas de Perseo son secciones planas hechas en una espira. Presentan formas diversas



Dos círculos

Zenodoro escribió un tratado sobre las figuras isoperímetras. Se conservan catorce proposiciones que recogió Pappus (Papo). He aquí algunas:

Entre varios polígonos regulares isoperímetros, el que tiene más ángulos es el de la mayor área.
El círculo tiene mayor área que cualquier polígono regular isoperímetro.
De todos los polígonos isoperímetros de igual número de ángulos, el polígono regular tiene área máxima.
De todos los sólidos cuyas superficies tienen igual área, la esfera tiene el volumen máximo

A Hipsicles de Alejandría, astrónomo, se atribuye el decimocuarto libro de ~~Euclides~~ los Elementos de Euclides, que contiene algunas proposiciones sobre los poliedros regulares. Fue el primero entre los griegos que introdujo en la Astronomía la división del círculo en 360° como lo practicaban los babilonios hacía muchos siglos, y tambien el empleo sistemático y racional de las fracciones sexagesimales.

Hiparco, nació en Nicea, del Asia Menor, pero trabajó principalmente en Rodas, donde escribió una famosa obra de Astronomía en la cual presenta los principios básicos de esta ciencia.

Para sus investigaciones necesita medir ángulos y distancias en la esfera, y por esto desarrolló una especie de Trigonometría Esférica

✓ Señoritas López de Llergo ✓ Castro

✓ Villela ✓ García Q.
✓ Dovalí ✓ López López
✓ Ramos Galvan ✓ Roselle
✓ Urquijo ✓ Alvarez Domenzain
✓ Aguilar ✓ Guerrero Gama.

Lección 30ª Jueves 7 de abril.

Hiparco fue el más grande astrónomo de la antigüedad, fundador de la Astronomía matemática y, también, inventor de la Trigonometría (plana y esférica).

Expuso los principios de Trigonometría en su libro: <u>De la salida y puesta de las estrellas</u>.

Inventó la proyección estereográfica, y probablemente fue el primer descubridor del teorema de Menelao, relativo a una trasversal de un triángulo.

En la trigonometría no usaba ~~cu~~ senos, cosenos, tangentes etc., sino exclusivamente cuerdas.

Dejó un catálogo de 850 estrellas fijas, que Ptolomeo enriqueció con otras 172 estrellas, el cual ya no fué superado sino en los tiempos modernos

✓ Señoritas Lopez de Llergo
✓ Señorita Castro
✓ Alvarez Marín
✓ Ramos
✓ Villela
✓ Dovalí
✓ Urquijo
✓ Aguilar
✓ Graef
✓ García Q
✓ López López
✓ Rosell
✓ Alvarez Domenzain.

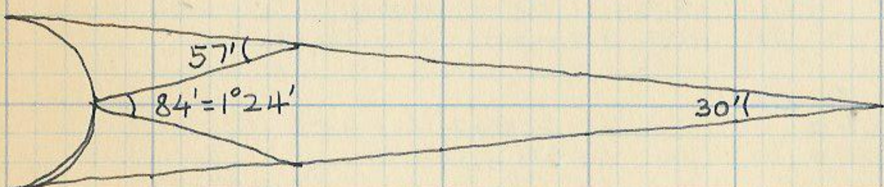
Lección 31ª Martes 12 de abril.

Hiparco, determinó el valor del año entre dos solsticios

365 d 5 h 55 m.

Señoritas López de Ll. / López L.
Castro / Rosell
Urquijo / Graef.
García Q
Aguilar
Villela
Dorali

Determinación de la distancia de la Tierra a la Luna, utilizando los eclipses de este astro.



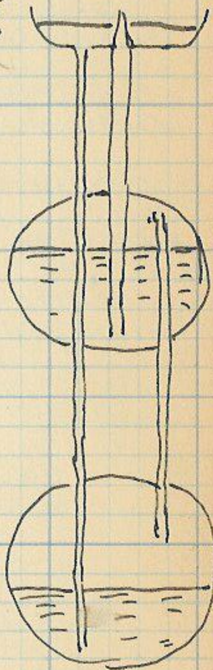
cd $57' = \frac{1}{60}$

Leccion 32ª Jueves 14 de abril de 1932.

Herón de Alejandría, (Herón el Antiguo).

Demostró habilidad extraordinaria para idear y construír mecanismos.

La eolípila es una caldera que deja escapar por un tubo, un chorro continuo de vapor, que utilizaba para mover una rueda con aspas: máquina de vapor rudimentaria.



Escribió un tratado sobre Neumática y allí describe su fuente. (La fuente de Herón). Aplicación curiosa de la trasmisión de presiones ~~con~~ por los líquidos y gases.

También dejó un tratado de los Autómatas en que presenta ingeniosos juguetes mecánicos.

Algunos historiadores le atribuyen un importante tratado sobre la "~~Dioptria~~" "Dioptra". Dioptra es un instrumento parecido al teodolito, y el libro es un tratado de Topografía, que contiene la solución de muchos problemas relativos a distancias entre puntos accesibles o inaccesibles. También está allí resuelto el problema de valuar el área de un triángulo en función de sus lados: enuncia la regla equivalente a nuestra fórmula

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

Otros escritores juzgan tan avanzado este libro, ~~que~~ para la época de Herón el Antiguo que más bien lo atribuyen a Herón el Joven (del siglo ~~X~~ VIII).

Herón era también Agrimensor práctico, por lo cual no se parecía a los geometras griegos: por el carácter de su obra mas bien parece Egipcio de raza que Griego, a pesar de que conocía perfectamente a Euclides y aun dejó un comentario sobre los Elementos.

En sus trabajos prácticos usa fórmulas sólo aproximadas:

Area de un triangulo $= \frac{a+c}{2} \cdot \frac{b}{2}$ parecida a la de Ahmes para el cuadrilátero $\frac{a+c}{2} \cdot \frac{b+d}{2}$

Sabía resolver la ecuación general de segundo grado

$$ax^2 + bx = c$$

Gémino de Rodas escribió sus obras en Roma. Su libro Ordenación de las Matemáticas contiene una clasificación de los conocimientos matemáticos, de la que hacía mucho caso Proclo (del siglo V), gran historiador de las Matemáticas griegas.

Gémino fué el primero que mostró interés por la Historia de las Matemáticas.

Escribió una Geometría que trata de espirales, concoides y cisoides.

Julio César, se destaca como entendido en Astronomía y Topografía en un ambiente tan pobre en Ciencia pura como Roma.

En 46 A.J. hizo la reforma del calendario con ayuda del astrónomo Sosígenes de Alejandría.

Lección 33ª Martes 19 de abril de 1932.

La Segunda Escuela de Alejandría.

Menelao de Alejandría (floreció hacia 100 J.)
Nicomaco de Gerasa (" " 100)
Claudio Ptolomeo (85 - 165 " J.)
Diofanto de Alejandría (florecio hacia 250-275 J.)
Papus de Alejandría (340 - 400 J.)
Hipatia de Alejandría (370 - 415 J.)
Proclus de Bizancio (412 - 485 J.)

Durante siglo y medio, en el I A.J. y en el I J., poca actividad matemática hubo en el mundo griego.

Egipto fue absorbido por el Imperio Romano.

El cristianismo cundía mientras el paganismo declinaba.

Alejandría cobró nuevo brillo: llegó a ser el emporio de la ciencia y del arte griego, con aportes del

Oriente: brotaron las escuelas filosóficas — el Neopitagorismo y el Neoplatonismo — renovaciones de las antiguas mezcladas con ideas de los pueblos de oriente, y constituyeron sistemas filosóficos opuestos al cristianismo.

Menelao autor de Esférica (de la cual sólo llegaron a los tiempos modernos el texto árabe y el hebreo, pero no el griego). Hace un estudio sistemático de los triángulos esféricos. El teorema que lleva su nombre, relativo a triángulos planos y triángulos esféricos, cortados por una trasversal, allí está. En la edad media se llamó regla de las seis cantidades. También conoció la propiedad invariante de la relación anarmónica (o doble relación) de los segmentos rectilíneos formados ~~po~~ en una trasversal cortada por cuatro rectas concurrentes; propiedad que generalmente se ha atribuído a Papus.

Nicomaco nació en Gerasa (en la Transjordania, a unos 25 o 30 km. al E. del Jordán, en el tramo que recorre del lago de Genezaret -208 m. al Mar Muerto -394), fue el más conocido de los autores griegos de Aritmética, pero no el más grande.

Escribió un tratado de música y otro (dividido en dos libros) de Aritmética. De ésta sólo nos ha llegado un compendio.

Era Neopitagórico, escuela que floreció en Alejandría: por esto se supone que Nicomaco estuvo en esta ciudad

α	β	γ	δ	ε	ϛ	ζ	η	θ	ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ϙ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50	60	70	80	90

ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	ϡ	͵α	͵β	͵γ
100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	2000	3000

M	$\overset{\beta}{M}$	$\overset{\gamma}{M}$
10000	20000	30000

$\overline{\sigma\xi\varepsilon}$ 265

$\overline{\sigma\xi\varepsilon}$

$\overset{\delta}{M}\ \overset{\alpha}{M}\ ,\beta\ ,\alpha$

$\overset{\alpha}{M}\ ,\beta\ ,\gamma\ \chi\ \tau$

$,\alpha\ \tau\ \kappa\ \varepsilon$

$\overset{\varsigma}{M}\ ,\theta\ ,\alpha\ \overset{\sigma}{}\kappa\ \varepsilon$ $\qquad$ $\overset{\zeta}{M}\ \overline{\sigma\kappa\varepsilon} = 70225$

$\overset{\alpha}{M}\ ,\theta$

Lección 34^a Jueves 21 de abril de 1932.

Claudio Ptolomeo (85-165 J.) Nació en Egipto. Floreció en Alejandría, donde hizo sus observaciones astronómicas de 125 a 150. Su obra principal es la Sintaxis Matemática (o el Almagesto, como le llamaban los Árabes), basadas sólo parcialmente en sus propias investigaciones, y principalmente en las de Hiparco.

Sus investigacione originales fueron pocas; pero consiguió mejorar y corregir la obra del ilustre Hiparco.

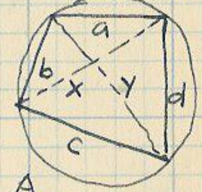
El Almagesto formó los cimientos de la Astronomía hasta Copérnico.

Asigno a la Tierra el lugar central en el Universo, al rededor de la cual giran el Sol y los planetas.

Para utilizarla en la Astronomía tuvo que cultivar las Matemáticas: hizo progresar notablemente la Trigonometría, pero no abandonó el uso de las cuerdas.

Las longitudes de estas se expresan en partes del diámetro, que está dividido en 120 llamadas grados, cada una de éstas en 60 partes pequeñas primeras, y cada una, a su vez, está dividida en 60 partes pequeñas segundas.

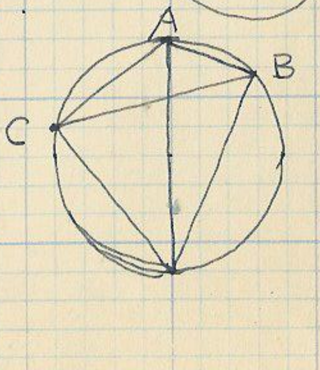
Utiliza como fundamental en su Trigonometría la proposición relativa a un cuadrilátero inscrito:



$$xy = ac + bd.$$

La aplica a un cuadrilatero birrectángulo inscrito

$$d.\,BC = AB\sqrt{d^2 - \overline{AC}^2} + AC\sqrt{d^2 - \overline{AB}^2}$$



Lección 35 Martes 26 de abril de 1932.

Teorema de Ptolomeo en el cuadrilatero inscrito.

Cuerda de la suma de dos arcos en función de las cuerdas de éstos.

Dada la cuerda de un arco calcúlese la de la mitad.

$$2xx' = da$$
$$x^2 + x'^2 = d^2$$
$$(x+x')^2 = d^2 + da \qquad x + x' = \sqrt{d(d+a)}$$
$$(x'-x) = d^2 - da \qquad x' - x = \sqrt{d(d-a)}$$
$$x = \tfrac{1}{2}\sqrt{d(d+a)} - \tfrac{1}{2}\sqrt{d(d-a)}$$
$$x^2 = \tfrac{1}{2}d^2 - \tfrac{1}{2}\sqrt{d^2(d^2-a^2)}$$
$$= \tfrac{1}{2}d^2 - \tfrac{1}{2}d\sqrt{d^2-a^2}$$

Lección 36ª Jueves 28 de abril

Falleció en el primer tercio del siglo IV.

Diofanto. Pasó $\frac{1}{6}$ de su vida en la niñez; $\frac{1}{12}$ en la juventud; $\frac{1}{7}$ más como soltero; cinco años después de casado, nació su hijo, ~~que~~ cuya vida duró la mitad que la de Diofante, el cual ~~falleció~~ murió cuatro años después que aquél.

αριθμος	ς	δ ς	"Aritmética"
δυναμις (potencia)	δ^υ cuadrado		$\delta\delta^\upsilon$ cuadrado cuadrado
κυβος	κ^υ cubo		$\delta\kappa^\upsilon$ cuadrado cubo
μοναδες	μ^o		$\kappa\kappa^\upsilon$ cubo cubo
—	⋔		
=	ι		

Los coeficientes de las incógnitas son siempre números que escribe inmediatamente después de la incógnita que multiplican.

Para indicar la adición de dos términos se les yuxtapone simplemente. Sustraccion ⋔.

$\overline{\kappa^{\upsilon}\alpha}\ \overline{\varsigma\eta}\ \pitchfork\ \overline{\delta^{\upsilon}\varepsilon}\ \overline{\mu^{o}\alpha}\ \iota\ \overline{\varsigma\alpha}$

$(x^3+8x) - (5x^2+1) \quad = x$

Establece que el producto de dos negativos es positivo; pero no concebía los negativos existentes por sí mismos, aislados.

$$(x-1)(x-2) = x^2 - 2x - x + 2$$

Descompóngase 49 en dos cuadrados de números racionales. Si uno es x^2, el otro será $49 - x^2$. En seguida ensayaba Diofanto la suposición de que este número sea el cuadrado de otro obtenido restando de 7 (raíz de 49) algún multiplo de x (por ejemplo, el doble):

$$49 - x^2 = (7-2x)^2$$

$$-x^2 = -28x + 4x^2$$

$$5x^2 = 28 \quad \therefore \quad x = \frac{28}{5}$$

$$x^2 = \frac{784}{25} \qquad 49 - x^2 = \frac{1225}{25} - \frac{784}{25} = \frac{441}{25} = \left(\frac{21}{5}\right)^2$$

$$\therefore \quad \left(\frac{21}{5}\right)^2 + \left(\frac{28}{5}\right)^2 = 7^2$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 \quad \therefore \quad 3^2 + 4^2 = 5^2$$

O bien, el triple

$$49 - x^2 = (7-3x)^2$$

$$-x^2 = -42x + 9x^2$$

$$10x^2 = -42x \quad \therefore \quad x = \frac{21}{5} \quad \text{etc.}$$

Otra

$$49 - x^2 = (7-x)^2$$

$$-x^2 = -14x + x^2$$

$$x = 7$$

Otra

$$49 - x^2 = (7-5x)^2$$

$$-x^2 = -70x + 25x^2$$

$$26x^2 = 70x \qquad x = \frac{35}{13}$$

$$7 - 5x = \frac{91}{13} - \frac{\cancel{245}}{13} = -\frac{154}{13} \qquad \frac{91}{13} - \frac{175}{13} = \frac{84}{13}$$

$$\left(\frac{35}{13}\right)^2+\left(\frac{84}{13}\right)^2=49=7^2$$

$$\left(\frac{5}{13}\right)^2+\left(\frac{12}{13}\right)^2=1 \quad \therefore \quad 5^2+12^2=13^2$$

Obténganse dos cuadrados cuya diferencia sea 5:

$$x^2+5=(x+n5)^2$$

$$5=10nx+25n^2 \qquad x=\frac{1-5n^2}{2n}$$

$$\cancel{x=\frac{5+(5n)^2}{10n}}=$$

$n=1 \quad x=-2 \quad x+5n=3 \quad 2^2+5=3^2$

$n=2 \quad x=-\frac{19}{4} \quad x+5n=\frac{21}{4} \quad \left(\frac{19}{4}\right)^2+5=\left(\frac{21}{4}\right)^2$

Lección 37ª

Martes 3 de mayo de 1932.

A dos números dados agréguese un número desconocido tal que las dos sumas sean cuadrados perfectos.

Sean 2 y 3 los números dados: agregando el desconocido a 2 se obtiene el cuadrado x^2, y agregándolo a 3 se obtendrá x^2+1, que también ha de ser un cuadrado

$$x^2+1=\left(x+\tfrac{1}{2}\right)^2$$

$$1=\cancel{2}x+\frac{1}{4} \qquad x=\frac{3}{\cancel{4}} \quad \text{pequeño}$$

$$x^2+1=(x+k)^2$$

$$1=2kx+k^2 \qquad x=\frac{1-k^2}{2k}$$

$$\left\{k=\tfrac{1}{5}\right\} \quad x=\frac{1-\frac{1}{25}}{\frac{2}{5}}=\frac{24}{25}:\frac{2}{5}=\frac{12}{5}$$

$$x^2+1=\frac{144}{25}+1=\frac{169}{25}$$

$$2+\frac{94}{25}=\frac{144}{25} \qquad 3+\frac{94}{25}=\frac{169}{25}$$

$$\left\{k=\tfrac{1}{4}\right\} \quad x=\frac{15}{16}:\frac{1}{2}=\frac{15}{8};\quad x^2=\frac{225}{64}=2+\frac{97}{64};\quad 3+\frac{97}{64}=\frac{192}{64}+\frac{97}{64}=\frac{289}{64}=\left(\frac{17}{8}\right)^2$$

$\cancel{25-16}=9$

$16-9=7$ $\qquad 7+4\frac{1}{2}+x \qquad 7+4\frac{1}{2}-x$

$23-x^2=$

La suma de dos números vale 20, y la diferencia de sus cuadrados, 80.

Los dos números $\qquad 10+x, \quad 10-x$

Sus cuadrados $\qquad 100+20x+x^2, \quad 100-20x+x^2$

Diferencia de cuadrados $\qquad 40x=80 \therefore x=2$

Los dos números son $\qquad 12$ y 8

$12^2-8^2=144-64=80$

$36 \qquad 81-49=32$

$81-64=17 \qquad 17+32+x \qquad 17+32-x$

$49+x \qquad 49-x$

Lección 38ª $\qquad$ ~~Martes 10~~ Jueves 12 de mayo

Pappus (340-400) de Alejandría fue el último gran matemático de la Escuela de Alejandría.

Autor de Comentario sobre el Almagesto, Comentario sobre los Elementos de Euclides, Comentario sobre el Analema de Diódoro (escritor del que nada se sabe). Todas estas obras están perdidas.

La única obra de Pappus que se conserva aún es Colecciones Matemáticas. De los ocho libros que la componían, los dos primeros están perdidos, y quedan los otros seis.

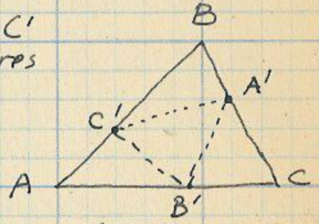
Es un breve análisis de las obras matemáticas más difíciles de los geómetras griegos. ~~Contie~~ Es una mezcla de proposiciones originales, algunas de mucha importancia, escritas como lemas destinados a facilitar el estudio de las obras que resume. No aparecen muy bien conectados estos lemas con los resumenes, pero lo cierto es que éstos sumarios de las obras consideradas son muy cuidadosos, y de algunos se ha comprobado que son muy exactos.

Las Colecciones son un tesoro por la rica información que traen acerca de varios importantes tratados matemáticos, ahora perdidos.

Teoremas originales de Pappus: Libro III

Volumen y área de revolución por medio del área o perímetro generadores y de la circunferencia descrita por el baricentro (Guldin: 1000 años después)

Si los vértices de un triángulo A', B', C' dividen en segmentos proporcionales, a los tres lados de otro triángulo ABC:, coincidirán los baricentros de ambos triángulos



Libro IV.

Brillante proposición sobre la cuadratriz que indica un conocimiento íntimo de algunas curvas y superficies:

Un helizoide alabeado de plano director perpendicular al eje del cilindro, cortado por un plano oblicuo apoyado en una generatriz da una curva cuya proyección ortogonal sobre el plano director es una cuadratriz

Si se construye un cilindro recto cuya directriz sea una espiral de Arquímedes, y en seguida un cono de revolución que tiene como eje la generatriz ~~de retroceso~~ inicial, del cilindro, las dos superficies se cortan: su intersección es una línea de doble curvatura. Los proyectantes ortogonales de esta curva sobre el eje del cono forman un helizoide ordinario. (superficie plectoide)

Pappus descubrió el foco de la parábola y su directriz.

La invo~~lución fué descubierta~~ por Pappus.

¡Exámenes!

1er semestre: acaba el 8 de junio 1932

exámenes: del 8 al 20 junio

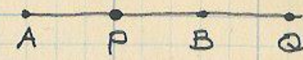
Vacaciones: del 20 junio al 15 julio

2º semestre: comienza 16 julio

Lección 39ª

Jueves 19
~~Martes 17~~ de mayo.

Relación anharmónica de cuatro puntos alineados.



$$\frac{AP}{BP}=1 \qquad \frac{AQ}{BQ}=3$$

$$\frac{AP}{BP}:\frac{AQ}{BQ}=1:3=\frac{1}{3}$$

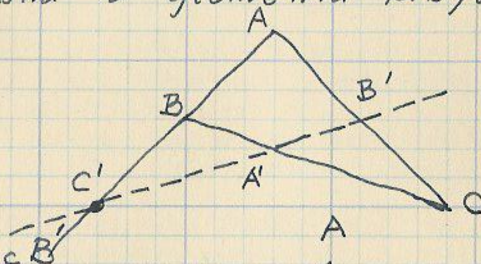
$$\frac{A'P'}{B'P'}:\frac{A'Q'}{B'Q'}=\frac{1}{3}$$

Propiedad invariante en la perspectiva.

Enunciada ya por Menelao, sin aplicaciones.

Pappus la enuncia y demuestra. Considera varias posiciones y casos particulares.

Los modernos, desde Chasles $\overline{\underline{XIX}}$, han sacado un partido notable de esta proposición: lazo que una la geometría proyectiva con la métrica.



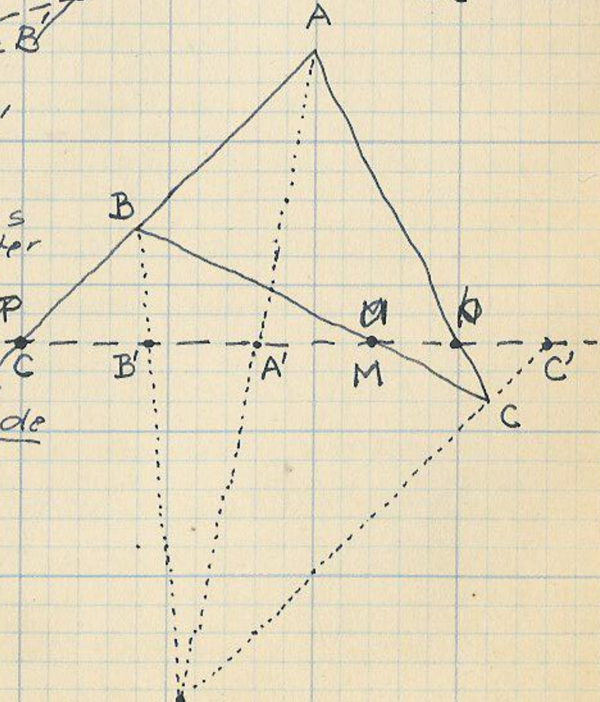
~~MA'~~

M

aB', aC'; bC', bA'; cA', cB'

$$aB'\cdot bC'\cdot cA' = aC'\cdot bA'\cdot cA'$$

Teorema de Pappus sobre los seis segmentos comprendidos entre las intersecciones de los lados de un triangulo y con una trasversal y las proyecciones de los vértices de aquél sobre esta misma trasversal, <u>con un centro de perspectiva cualquiera</u>.

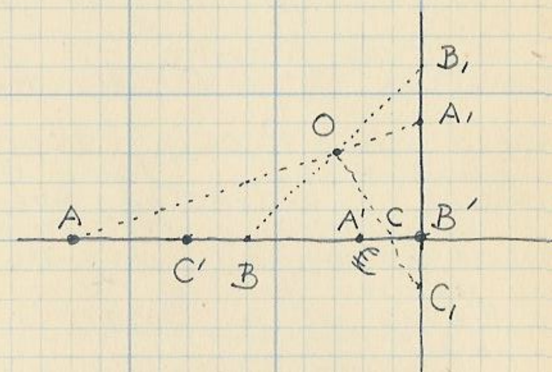


Comentando los Porismas de Euclides, Pappus pone en claro esta proposición relativa a las cónicas:

El producto de las distancias de cualquier punto de una cónica (punto generador) a dos lados opuestos de un cuadrilátero inscrito, y el producto de las distancias del mismo generador a los otros dos lados del cuadrilátero, guardan entre sí una relación invariable.

Propiedad extraordinariamente fecunda: según Chasles, la más importante de las secciones cónicas.

La involución



Lección 40ª

Martes 24 de mayo.

Hipatia ~~de Alej.~~ (370 – 415)

Fué la primera mujer que tuvo un lugar notable en el campo de las Matemáticas. Probablemente su martirio ha contribuído a exaltar su figura en la Historia de la Ciencia.

Hija y discípula de Teón de Alejandría, hizo en su juventud tantos progresos, que pronto fue designada para presidir la Escuela Neoplatónica en Alejandría.

Enseñó Geometría en la Escuela de Alejandría y dejó importantes comentarios sobre el Almagesto de Diofanto y sobre las Cónicas de Apolonio. Ambos están perdidos. La ~~etas~~ cátedra de Filosofía, sucesora de Plotino.

Su elocuencia, su talento, su belleza y sus virtudes agruparon a su alrededor ~~nume~~ numeroso auditorio formado por discípulos que acudían de todo el mundo griego. Desgraciadamente tuvo un fin trágico.

En los siglos IV y V Alejandría estaba dividida en tres campos rivales: los paganos, los judíos y los cristianos, cuya victoria comenzaba apenas a vislumbrarse. Hipatia era pagana. De allí nació una lucha entre el patriarca Cirilo y el prefecto Orestes, quien admirador de su genio, seguía a menudo sus consejos. En marzo de 415 un maestro de escuela cristiano ~~f~~ murió asesinado, lo que aprovecharon sus amigos y correligionarios para esparcir el rumor de que fue muerto por instigación de Hipatia y del prefecto. Entonces los fanáticos por un tal Pedro, lector de una iglesia, plagiaron un día a Hipatia, se la llevaron fuera de Alejandría, la desnudaron para lapidarla, y después hicieron pedazos su cuerpo.

Así el último maestro que dio lustre a la cátedra de Matemáticas de la Escuela de Alejandría

Después sólo Proclo (Προκλος) es digno de mencion (412-485). Nació en Bizancio, estudió en Alejandría y enseñó en Atenas. Escribió muchísimo. Dejó comentarios sobre Ptolomeo y sobre Euclides una obra de Astronomía y un tratado de Astrología. Sus obras son valiosas por los datos abundantes que traen sobre la Historia de la Geometría Griega.

La Ciencia en Alejandría casi acabo desde la segunda mitad del siglo V. Se refugió transitoriamente en Atenas donde al fin se apagó, y la Ciencia griega tuvo una prolongación pobre, rutinaria e infecunda en Bizancio durante mil años.

Los Griegos jamás volvieron a brillar en la Matemática. Sus obras inmortales, parcialmente conservadas habrían de dar frutos espléndidos muchos siglos después, en Occidente.

¿Cual fué el aspecto ~~caracter~~ fundamental de la ~~Obra~~ Geometría griega? Plenamente concibieron y trabajaron ardientemente cultivándolo, el caracter desinteresado de la Ciencia. A tal actitud se deben los extraordinarios progresos que alcanzaron desarrollando la Ciencia por el afán ~~especulativo~~ de saber más y más, sin verse agobiados por el propósito fenicio de sólo preocuparse por el lucro.

Pero no conocieron el segundo aspecto del trabajo científico, que los modernos ~~han~~ consideran de capital importancia: ~~el~~ la tendencia a la generalización.

El ~~matematico~~ geómetra griego alcanza la perfección ~~en~~ ~~lr~~ cuando crea el caso particular. Es un orfebre inimitable para cincelar joyas. Es un verdadero artista: cuya obra acabada e intocable tiene siempre existencia concreta, ≢ limitada.

La potencia generalizadora de Diofanto fue excepcional en el mundo griego, y ciertamente tuvo poca influencia en la antigüedad.

Lección 41.ª ~~Jueves 26 de mayo.~~ Martes 31 de mayo.

La India Los Hindús

Ariabhata (476-550)

~~Varahamihira (¿505?)~~

Brahmagupta (floreció 628)

Mahavira (¿850?)

Báskara (1114-1185)

García Quintero.	Escuelas Jónica y Pitágorica
Villela	" " " "
Ramos	Oriente " Antiguo
Graef	Apolonio
Urquijo	Oriete Antiguo
Aguilar	~~Euclides~~ 2ª Escuela de Alejandra.
Castro Lezama	Euclides
López López	Diofanto
Dovalí	Diofanto
López de Llergo	1ª Escuela de Alejandría
Solís	
Rosell	

Lección 42ª Jueves 2 de junio 1932.

Cifras hindús

1.	|	—			
2.	||	=			
3.	|||	≡	⪖		
4.	×	+	∓	∓	
5.	IX	⊓	F	ᛈ	
6.	IIX	ƅ	φ	Б	
7.		ˀ	7	∏	?
8.	XX	3	δ	४	
9.	?	9	?	3	
10.	α	α	σ		
20.	O	θ	⊙		
100.	ɱ	ℋ			

La inscripción más antigua en la cual indiscutiblemente aparece el cero para representar números, data de 876: están escritos 50 y 270 con ceros. Pero ya hacía mucho que se utilizaba el valor de posición de las cifras, y es probable que desde mucho tiempo antes se usara el cero. Lo representaban por un ~~pe~~ circulito o por un punto.

Carácter de las Obras matemáticas.— Los libros de Ariabhata, Brahmagupta y Mahavira están escritos en verso son una mezcolanza de resultados brillantes y de misticismo plagado de lugares comunes. Alberoni (1000), el historiador árabe, opina sobre la peculiaridad de sus escritos en esta forma:

"Sólo puedo comparar su literatura matemática y astronómica a una revoltura de conchas ~~perlífer~~ nácar, perlas y dátiles agrios, o de perlas y basura, o de ~~costosos~~ espléndidos cristales y pedruzcos ordinarios. Ambas cosas son ~~a sus oj~~ iguales a sus ojos, ya que no pueden elevarse por sí mismos para alcanzar los métodos deductivos estrictamente científicos."

Ariabhata el ~~antiguo~~ viejo.— Nació en 476 al N.E. de la India a la orilla del Ganges, un poco al E. de ~~la~~ Benares, en Pataliputra (la Ciudad de las Flores). Escribió en una de sus obras:

"Habiendo rendido homenaje a Brahma, a la Tierra, a la Luna, a Mercurio, a Venus, al Sol, a Marte, a Jupiter, a Saturno y a las constelaciones, Ariabhata, en la Ciudad de las Flores, enseña la ciencia venerable."

En su aritmética utiliza las potencias de 10 para contar y llega a 10^8. Enseña a extraer la raíz cuadrada. Da una regla para sumar ~~n~~ los n términos de una progresión aritmética que siguen al $p^{ésimo}$, que se expresa ~~n~~ con símbolos ~~así~~:

$$s = n\left[a + \left(\frac{n-1}{2} + p\right) d\right].$$

Para $p=0$ enseña a valuar n (en verso):

$$n = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{-2a + \sqrt{(d-2a)^2 + 8sd}}{d}\right).$$

Además de las ecuaciones de segundo grado, enseña a resolver las ecuaciones indeterminadas de primer grado.

Sus reglas para valuar áreas y volúmenes son imperfectas o falsas. Si embargo, el valor de π lo da con mucha precisión: "~~Sum~~ "Añade 4 a un ciento, multiplica por ocho, y agrega todavía 62 000: el resultado es el valor aproximado de la circunferencia cuyo diámetro es 20 000."

Hubo dos Ariabhatas, pero no se sabe de qué época es Ariabhata el joven, ni se sabe realmente cuál es la obra de uno y cuál la del otro.

Lección 43ª — Martes 7 de junio de 1932.

Brahmagupta. Cálculo aritmético: enteros, fracciones, progresiones, proporción, interés simple, y medición de figuras planas.

Errores: el área del triángulo equilátero de lado 12 es

$$6 \times 12 = 72;$$

la del triángulo isósceles 10, 13, 13 es

$$5 \times 13 = 65;$$

la del triángulo escaleno 13, 14, 15

$$7 \times \tfrac{1}{2}(13+15) = 98.$$

Afirma que el área de cualquier cuadrilátero cuyos lados son a, b, c, d es

$$\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)} \qquad \left\{s = \tfrac{1}{2}(a+b+c+d)\right\}$$

fórmula exacta solamente para el área máxima, es decir, para el cuadrilátero inscriptible.

Utiliza como "valor práctico" $\pi = 3$; y com "valor neto" $\pi = \sqrt{10}$.

Aprovechó repetidas veces el Álgebra en cálculos astronómicos.

Conocía y utilizaba corrientemente los números negativos, y enseña las reglas de adición, sustracción, multiplicación y división.

Resuelve la ecuación de segundo grado: $x^2 + px - q = 0$

$$x = \frac{\sqrt{p^2+4q} - p}{2}$$

Problema: Un bambú de 18 codos se rompió con el viento y la punta tocó ~~la t~~ el suelo a ~~8 codos~~ 6 codos del pie. Calcúlense las longitudes de los dos trozos.

Resuelve las ecuaciones indeterminadas de primer grado $ax + by = c$:

Da $$\begin{cases} x = cq - bt \\ y = -cp + at \end{cases}$$

donde t es un entero arbitrario (nulo, positivo o negativo) y $\frac{p}{q}$ la última convergente de la fracción continua de $\frac{a}{b}$.

Para los lados de un triangulo rectángulo da los sistemas de valores

$$2mn, \quad m^2 - n^2, \quad m^2 + n^2$$

y

$$\sqrt{x}, \quad \frac{1}{2}\left(\frac{x}{y} - y\right), \quad \frac{1}{2}\left(\frac{x}{y} + y\right),$$

valores que probablemente proceden de fuentes griegas.

Mahavira (Mahaviracarya) (floreció 850)

Muy seguro en el cálculo de los números negativos, casi llegó a los imaginarios:

"Como está en la naturaleza de las cosas que un número negativo no es ~~un~~ número cuadrado, se sigue que no tiene raíz cuadrada."

Enseña a dividir fracciones, invirtiendo el divisor para hacer una multiplicación.

Sus errores geométricos son parecidos a los de Brahmagupta.

Después vino el contacto con los Árabes: Báskara se estudiará en la Edad Media.

1 Aguilar Chávez, Salvador.
2 Castro Lezama, Guillermina.
6 Guerrero Gama, Vicente.
3 Dovalí Jaime, Alberto.
4 García Quintero, Andrés.
5 Graef Fernandez, Carlos.
7 López de Llergo, Rita.
8 López de Llergo, Sara.
9 López López, Manuel.
10 Ramos Galván, Manuel Miguel.
11 Rosell Cuéllar, Rafael.
12 Solis Muñoz, María.
13 Urquijo Mercado, Miguel.
14 Villela Mier, Carlos

2º Semestre

Lección 44ª Martes 19 de julio.

Los Árabes

Huída de la Meca a Medina	622
El triunfo de Carlos Martel	732
División del Imperio árabe: Califato de Bagdad y Califato de Cordova	755
Introducción de Tablas astronómicas Indostánicas en la corte del Califa Almanzor	772

~~Matemáticos Árabes.~~

Traducción al árabe del Almagesto (Ptolomeo), de los Elementos (Euclides) y de la Aritmética (Nicomaco), durante los reinados de Almanzor 754-775
y Harun al Raschid 786-809

Matemáticos árabes.

Mohamed ibn Musa Alhwarazmi
al-Jowarizmi
Persa (hijo de Moises) (el de Cachemira) (floreció en Bagdad de 813-833)

Los tres hijos de Musa ben Sakir	" "
Tabit ben Korra (de Mesopotamia)	836-901.
Al Batani (Albategnius)	~~floreció 870~~ ?-929.
Abul Wefa	940-998.

Lección 45ª Jueves 21 de julio.

Reinado del hijo de Harun-al-Rashid:
Al-Mamun 809 a 833

Fue más que un Mecenas de la Ciencia: Construyó en Bagdad un Observatorio y él mismo realizó muchas observaciones astronómicas. Dirigió ~~dos~~ medicioness geodésicas en Mesopotamia con el propósito de determinar la longitud de un grado de meridiano.

La Astronomía, cultivada activamente por los árabes, influyó favorablemente en el progreso de las Matemáticas. Sin embargo aquella Ciencia quedó siempre encadenada a la astrología, de la cual fue un simple auxiliar. La Astronomía, simple especulación científica, estaba subordinada a la astrología, que era un magnífico negocio.

En cuanto a Mohamed-ibn-Musa-al-Jouarizmi que no alcanzó al califa al-Rashid, fue el matemático más eminente del reinado de al-Mamún. Sus conocimientos astronómicos y algebraicos provenían de la India. Formó varias tablas astronómicas, y escribió sobre el uso del astrolabio.

Su obra más importante es el Algebra, nombre que él dio a esta rama: es la obra árabe más antigua de Algebra, libro de durante siglos sirvió en la enseñanza. Leonardo de Pisa en el siglo XIII lo introdujo en Italia. Aunque la sustancia del libro proviene de fuentes indostanas, el autor siguió en la exposición los modelos griegos.

Trata de la adición, sustracción y multiplicación de expresiones que contienen a la incógnita, su cuadrado y su raíz cuadrada. Resuelve las ecuaciones de segundo grado. Pero no aborda el análisis indeterminado de primero y segundo, tan cultivado en la India.

Durante el reinado de Al-Mamún, un ladrón famoso, Musa-ben-Sakir, después de realizar muchos asaltos, se regeneró y se dedicó a la Geometría y a la Astronomía. Sus tres hijos también fueron matemáticos: Mahomet, Ahmed y al-Hasan. El primero midió con mucha precisión un grado de meridiano; calculó varias tablas astronómicas y compuso un curioso Tratado de los Movimientos Celestes.

Ahmed escribió sobre las máquinas, y al-Hasen se dedicó a la trisección del ángulo. Los tres hermanos escribieron una Geometría donde se encuentra la demostración de la fórmula

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

Comisionados Ahmed y al-Hasen para coleccionar en el Asia Menor, en Persia, en Egipto y en Grecia los mejores manuscritos científicos, encontraron en Harran (Mesopotamia) un astrónomo notable Tabit-ben-Korra, que condujeron a Bagdad; Entre los muchos libros matemáticos y astronómicos de este, hay un fragmento de Algebra dedicado a las ecuaciones de tercer grado en el que se encuentra la resolución de estas <u>geométricamente</u>.

Inscrito como visitante

Agustín A., Anfossi

Lección 46ª Martes 26 de julio.

Tabit ben Korra 836-901
Al-Batani (Albategnius) ? -929
Abul Wefa 940-998

Tabit ben Korra no sólo fue notable matemático y astrónomo, sino médico y políglota (griego, árabe y lenguas del Asia Menor). Sus traducciones de Apolonio, Arquímedes, Euclides, Ptolomeo y Teodosio son excelentes. Descubrió los números amigables, de los cuales cada uno es la suma de los factores del otro, y para encontrarlos da la siguiente regla:

"búsquense un entero n y tres primos p, q, r ligados así:

$$p = 3\cdot 2^n - 1, \quad q = 3\cdot 2^{n-1} - 1, \quad r = 9\cdot 2^{2n-1} - 1,$$

Con los cuales se formarán los números

$$a = 2^n pq, \qquad b = 2^n r$$

que serán amigables."

En particular da para $n=2$, $p=11$, $q=5$, $r=71$ la pareja

$$a = 220, \quad b = 284.$$

Trabajó en la trisección del ángulo. Escribió mucho sobre Cuadrados mágices. Astronomía (comentó el Almagesto), sobre las cónicas y sobre Geometría elemental; pero quizá el trabajo más importante es la resolucion geometrica de las ecuaciones de tercer grado. Si bien, siglos más tarde, Viète tuvo la idea genial de introducir las literales, que conducen a fórmulas generales, no es menos cierto que Tabit ben Korra supo representar gráficamente la solución de las ecuaciones cúbicas. No se libró de la Astrología, de la cual trató en alguno de sus escritos.

Al-Batani (en Latín: Albategnius) famoso astrónomo — conocido por el Ptolomeo árabe — nativo de Battan, Siria. Utiliza los senos a los cuales llama dschaib derivada del sánscrito: jiva, o dschiva. (Aryabhata), que significa concavidad o golfo.

Al-Batani escribe muchos resultados geométricos de los griegos, por medio de la Trigonometría. Enseña a resolver la ecuación trigonométrica

$$\frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = D, \qquad \text{así} \qquad \operatorname{sen}\theta = \frac{D}{\sqrt{1+D^2}}.$$

Conoce bien la Trigonometría esférica del Almagesto, casi limitada a los triángulos rectángulos, y logró un progreso importante:

$$\cos a = \cos b \cos c + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \cos A.$$

Lección 47ª   Jueves 28 de julio.

Europa medioeval.

Boecio	475 - 524
Isidoro de Sevilla	570 - 636
El Venerable Beda	673 - 735
Alcuino de York	735 - 804
Gerberto (Silvestre II)	950 - 1003

Los Romanos, ignorantes en la Ciencia.

Julio Cesar tuvo cierto relieve como matemático, por su habilidad como topógrafo. Con ayuda de Sosigenes de Alejandría, astrónomo, realizó la reforma del calendario

Los primeros siglos de la era cristiana fuero totalmente estériles para la Matemática en Roma: lo mismo durante el brillo del Imperio que en la decadencia.

Los Romanos tenían una geometría práctica para agrimensores, ~~y~~ constructores y arquitectos. Recetas falsas para valuar áreas:

cuadrilátero: $\frac{a+c}{2}\,\frac{b+d}{2}$; Δ equilátero: $\frac{13}{30^{*}}a^2$.

Poseían algunas reglas para repartir herencias:

Hijo, con doble herencia que a la viuda
Hija, " la mitad de la herencia que a la viuda.

La decadencia interna y las invaciones derrumbaron el Imperio Romano en el siglo V.

Los ~~Ostrogodos~~ ~~la invadieron~~ Visigodos la invadieron en 476, y su jefe, Odoacro quedó de rey; pero poco después vinieron los Ostrogodos, más poderosos, e hicieron la conquista, y subió al trono Teodorico.

Es curioso que sólo en esta época de humillaciones políticas para el Imperio aplastado, comenzó a despertarse en Italia cierta curiosidad por conocer la Ciencia griega. Algunos libros escolares se hicieron por medio de recopilaciones de los elementos tomados de varios autores griegos. Aunque muy deficientes estas obras, por siglos fueron la unica fuente de conocimiento Matemática en la Europa Cristiana.

Lección 48ª — Martes 2 de agosto de 1932

Boecio. — Consejero del Rey Teodorico, pero por intrigas de los cortesanos fué encarcelado. Entonces escribió las Consolaciones de la Filosofía. Después lo estrangularon.

Sus Institutis Arithmetica, era esencialmente una deficiente ~~pardaué~~ traducción de la Aritmética de Nicomaco; pero sin embargo, conservó gran fama en la Edad Media, y por muchos siglos fue la obra más respetada sobre Aritmética en Europa. Precisamente omite Boecio algunos de los resultados más curiosos de Nicomaco.

Su Geometría ~~era un extracto~~ (Ars Geometriae) era un extracto de los cuatro primeros libros de Euclides. Las definiciones están traducidas literalmente, pero las demostraciones están omitidas. Después viene una parte práctica: extractos de Balbus Mensor, topógrafo romano.
Tan mala calidad de la obra, ha hecho poner en duda su autenticidad: Paul Tannery la juzga indigna de Boecio, de quien se tiene una idea elevada por su pro-

ducción filosófica, y atribuye el libro a algún oscuro agrimensor del siglo IX. Moritz Cantor, juzga auténtico el Ars Geometriae, pero lo considera muy deformado por los copistas.

Lo mas notable de esta Geometría es la descripción del Abaco Romano, para la numeración, cuyo origen lo atribuye Boecio á Pitágoras, y aun lo llama tabla de Pitágoras

$X\bar{I}M\bar{I}$	$\bar{I}M\bar{I}$	$CM\bar{I}$	$XM\bar{I}$	$M\bar{I}$	$\bar{C}$	$\bar{X}$	M	C	X	I

En el Siglo siguiente el Obispo de Sevilla, Isidoro, es el único que en sus obras haya dejado algo acerca de la Ciencia. Respecto de su libro, Orígenes (o Etimologías), Jacques Boyer hace el siguiente comentario:

"Y qué indigesta y mala compilación la de esta enciclopedia en veinte libros, de los cuales algunos se relacionan con las Matemáticas, y nos enseñan que 'la Geometría tiene por carácter la multiplicación' lo cual la distingue de la Aritmética 'cuyo fundamento es la adición'

Sigue un siglo tenebroso, en el que sólo puede encontrarse un hombre de Ciencia: el Venerable Beda.

El Venerable Beda (672-735) nació en Irlanda, y se le consideraba el hombre más instruído de su tiempo. Sus libros contienen reglas para contar y calcular por medio de los dedos, y otras para el Cómputo eclesiástico: fechas de las fiestas y otros días importantes del calendario.

El historiador Hallam dice del Venerable Beda: "eclipsa a todos los nombres de nuestras antiguos anales literarios; y aunque un poco más que un ~~simple com~~ diligente complilador de viejos escritores, puede, quizá, ser considerado superior a cualquier hombre de su época —tan bajo estaba el sol en Oriente como en Occidente."

Lección 49ª Jueves 4 de agosto.

Alkuino de York, nació ~~en~~ el mismo año en que murió el Venerable Beda. Estudió en Italia. Enseñó en York. Fue llamado por Carlo Magno (782) para organizar la enseñanza en el imperio.

Escribió sobre Aritmética, Geometría y Astronomía. Resolvió algunos problemas al estilo de los de Diofanto. Dejó una colección de Recreaciones

Matemáticas, pero es dudoso que se trate de una obra auténtica: algunos la atribuyen a algún autor posterior varios siglos, que haya pretendido hacerla pasar como original de Alkuino. Problema de la liebre y el galgo. Problema de la cisterna alimentada por dos caños.

Decadencia de la cultura en Inglaterra.

~~Gerb~~

Gerberto. Nació en Auvergne. Se educó en Aurillac. ~~E~~ Estuvo algún tiempo en España 967. Después fue a Roma 970 donde el pontífice Juan XIII, admirado de su erudición, tan rara en medio de la grosera ~~e~~ ignorancia que entonces reinaba, lo nombró abad de Bobbio.

Allí fundó una escuela cuya reputación se difundió por toda la cristiandad. Pero los monjes y los señores vecinos, celosos de su fama, urdieron odiosas acusaciones sobre las costumbre de Gerberto. Tuvo que huir de la formenta y se refugió en Alemania, de donde pronto salió, obedeciendo al llamado del arzobispo de Reims. 972

La Universidad de Reims brilló con los cursos de Matemáticas y de Astronomía de Gerberto, que atrajeron muchos discípulos.

Otro papa Gregorio V lo hizo obispo de Ravena. Fue el sucesor de ese papa: ascendió al solio pontifical por el decidido apoyo del emperador Oton III. Se llamó Silvestre II. y solo duró cuatro años † 1003.

Cultivó en Aritmética el uso del ábaco de Boecio: el sistema decimal sin el cero. ~~~~ Parece haber recibido influencia de los árabes.

En su Geometría ordenó las definiciones comenzando por la del cuerpo sólido. Después de enseñar la nomenclatura del sistema de medidas romanas, estudia los triángulos rectángulos, y obtiene con el método de Euclides y con otros procedimientos, triangulos cuyos lados tienen relaciones racionales.

Resuelve, entre otros, el problema de calcular los catetos de un triangulo rectángulo, conociendo la hipotenusa y el área. Notable dada la época tenebrosa.

Prestó alguna atención al estudio de la astrología. Escribió sobre el astrolabio.

Lección 50ª   Martes 9 de agosto.

Decadencia de Oriente.

Shridhara (991– ?) Shridharacarya

Bháskara (1114 – 1185) Bháskaracarya.

Shridhara el Sabio escribió el Ganita-Sará (Compendio de Cálculo), ~~pa~~ libro más conocido por el subtítulo de Trishátika que se refiere al contenido: los trescientos couplets. Trata acerca de numeración, medidas, reglas y problemas. Estudia la serie de los números naturales, el cero en particular, fracciones, cuadrados, cubos, raíces, Regla de Tres, interés, aligación, compañía. ~~Sus~~

Sus afirmaciones acerca de cero son las más claras que se encuentran entre los indios:

"Si cero se agrega a un número, la suma es el número mismo; si cero se resta de cualquier número éste permanece sin variar; si se multiplica un número por cero, el producto es cero, solamente." No considera la división ente cero.

Como valor de π, usa $\sqrt{10}$, como Mahavira.

Bháskara (1114–1185). Fue el último matemático prominente en la India de la Edad Media. En un antiguo templo, una inscripción dedicada a el, decía:

"Triunfante es el ilustre Bháskaracarya, cuyos pies son reverenciados por los sabios: eminentemente sabio, poeta, y dotado de muy buena fama y mérito religioso."

Tuvo la audacia de introducir una novedad sorprendente: después de sus sentencias o afirmaciones en verso, ~~a~~ agregaba demostraciones y explicaciones en prosa.

Escribió sobre astronomía, aritmética, medición, y álgebra.

Su tratado más notable es Lilavati, basado en el Trishátika de Shridhara.

"El título Lilavati es el nombre de una hermana del autor a ~~quie~~ la que predijeron los astrónomos, al nacer, que jamás se casaría. Sin embargo Bháskara adivinó que llegaría un momento dichoso para que su hermana se casara: Colocó una ampolleta de reloj de ~~la~~ arena flotando en agua, para que entrara el agua por el agujerito del fondo, y al cabo de una hora, llena la ampolleta, se hundiría. Pero fue Lilavati a curiosear; en eso se le desprendió una perla de su traje, y precisamente fue a obturar el agujerito y a detener el flujo: pasó una hora, y como la copa no se hundió quedó fatalmente destinada Lilavati a no casarse nunca.

Para consolarla Bháskara escribió en su honor un libro, y le dijo: "escribo este libro con tu nombre, que se conservará hasta los últimos tiempos; porque un nombre duradero es una segunda vida y el fundamento de la existencia eterna.

El libro comienza, como es costumbre en el Oriente con una invocación a la Divinidad:

"Salutación al Ser Supremo con cabeza de elefante que infunde gozo en la mente de ~~los~~ sus adoradores, que libra de cualquier dificultad a quienes ~~la~~ lo imploran, y cuyos pies son reverenciados por los dioses."

El cuadrado y el cubo de cero equivalen a cero.

Con respecto a la división entre cero, se exponen ideas confusas y contradictorias: no se sabe lo que corresponda a Bháskara y a sus comentadores y copistas:

"Cualquier número dividido entre cero da un submúltiplo de la nada" " $3:0=\frac{3}{0}$, esta fracción cuyo denominador es cero, se llama cantidad infinita."

Biya Ganita es un libro de Álgebra, en que estudia los números directos (positivos) y los números perdidos (negativos), que se representan marcando un punto arriba del número

$$\dot{3} = -3 \qquad \dot{7} = -7.$$

"No hay raíz cuadrada de un número negativo: éste no es un cuadrado, porque el cuadrado de un positivo y de un negativo es un número positivo"

Cuando opera con varias incógnitas las designa o menciona con los nombres de los colores:

" los colores negro, azul, amarillo y rojo, y otros más, han sido elegidos por maestros venerables para nombres de las cantidades desconocidas.

Extensamente trata los números irracionales.

Utiliza el "pulverizador", (ya conocido por Aryabhata y Brahamagupta) para resolver la ecuación

$$ax + by = 1,$$

que equivale a la Regla de Euler con las fracciones continuas.

Dió la fórmula

$$\sqrt{2x + 2\sqrt{y}} = \sqrt{x + \sqrt{x^2 - y}} + \sqrt{x - \sqrt{x^2 - y}}.$$

Llegó a resolver ecuaciones de grado superior en casos particulares, cuando logra formar potencias en los dos miembros por adición o sustracción de términos adecuados.

Pero mucho mayores progresos que en la resolución de ecuaciones determinadas, los realizaron al tratar de las ecuaciones indeterminadas.

Lección 51 — Jueves 11 de agosto.

La tendencia generalizadora de Diofanto se manifestaba, por el empeño de resolver problemas más y más generales, es decir, problemas que admiten como casos particulares otros previamente resueltos. En cambio, cuando obtenía una solución de cualquier problema, se conformaba con ella, sin analizar la posibilidad de que el mismo problema admitiera otras soluciones. Para cada problema, seguía un método especial.

Los Indios alcanzaron un progreso esencial: trataron de obtener todas las soluciones de cada problema, positivas y negativas.

Bháskara da $x = 50$ y $x = 5$ para raíces de

$$x^2 - 45x = 250$$

"Pero —dice él— el segundo valor no debe ser tomado: la gente no aprueba las raíces negativas"

La gloria de haber inventado métodos generales para resolver problemas diofantinos (análisis indeterminado) corresponde a los Indios.

Por lo demas el análisis indeterminado indio difiere del griego no sólo en el método sino en el propósito.

El objeto de aquel es obtener todas las soluciones enteras posibles; el del análisis de Diofanto era obtener una solución racional.

Para resolver la ecuación

$$ax + by = 1$$

los indios usaban el método de "pulverización", o de divisiones sucesivas como si se buscara el máximo común divisor con el algoritmo de Euclides. Método reinventado por Euler.

Problemas indeterminados de segundo grado

$$xy = 3x + 4y + 23$$

$3 \cdot 4 + 23 = 35 = 5 \cdot 7$ $\qquad$ $x = 5 + 4 = 9$, $y = 7 + 3 = 10$ $\qquad$ $x = 7 + 4$, $y = 5 + 3$

$$90 = 27 + 40 + 23$$

$$88 = 33 + 32 + 23$$

$$xy = ax + by + c$$

$$xy - ax - by = c$$

$$(x-a)(y-b) = ab + c = rs \quad \therefore \quad x = r + a, \; y = s + b$$

Lección 52ª Martes 16 de agosto de 1932.

Solución de la ecuación de segundo grado

$$x^2 = ay^2 + 1 \qquad \text{(Ecuación de Pell)}$$

Obtenida una solución, podían extraer de ella otras muchas por el método cíclico:

$$\frac{x^2}{y^2} = a + \frac{1}{y^2}$$

Se ve que $\frac{x^2}{y^2}$ es un valor aproximado de a, o bien, $\frac{x}{y}$ es un valor aproximado de $\sqrt{a}$.

$\frac{x}{y} = \sqrt{a}$ $\qquad$ $a : \frac{x}{y} = \frac{ay}{x}$ $\qquad$ (?) $\begin{cases} x' = ay \\ y' = x \end{cases}$

$x'^2 = a^2y^2$ $\qquad$ $ay'^2 + 1 = ax^2 + 1 = a^2y^2 + a + 1$ $\qquad$ No

$$\frac{1}{2}\left(\frac{x}{y}+\frac{ay}{x}\right)=\frac{x^2+ay^2}{2xy}$$

$$x'=x^2+ay^2 \qquad y'=2xy$$

$$x'^2=(x^2+ay^2)^2$$

$$ay'^2=4ax^2y^2$$

$$x'^2-ay'^2=(x^2+ay^2)^2-4ax^2y^2=(x^2-ay^2)^2=1$$

$$\therefore\ x'^2-ay'^2=1$$

Injustamente se le llama a

$$x^2-ay^2=1$$

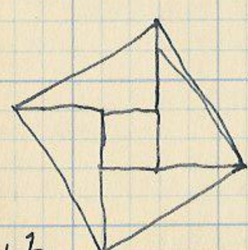
la ecuación de Pell: preferible sería llamarle el Problema Indio.

Fue por culpa de los árabes por lo que estos resultados de Aritmética superior no llegaron a Europa: nada de esto se conoció en Occidente durante la Edad Media.

En la Geometría no empleaban postulados, axiomas, definiciones ni razonamientos.

E: Un teorema consistía simplemente en un enunciado independiente de otros.

Báskara enuncia el teorema de Pitágoras y pide que se contemple esta figura, donde emplea un cuadrado auxiliar que tiene por lado la diferencia de los catetos.



si $y_1^2=ax_1^2+b$

$$\frac{y_1^2}{x_1^2}=a+\frac{b}{x_1^2} \qquad \sqrt{a}=\frac{y_1}{x_1} \ \therefore\ a:\frac{y_1}{x_1}=\frac{ax_1}{y_1}$$

$$\frac{y_2}{x_2}=\frac{1}{2}\left(\frac{y_1}{x_1}+\frac{ax_1}{y_1}\right)=\frac{ax_1^2+y_1^2}{2x_1y_1} \ \therefore\ y_2=ax_1^2+y_1^2,\ x_2=2x_1y_1$$

$$y_2^2=(ax_1^2+y_1^2)^2=(ax_1^2-y_1^2)^2+4ax_1^2y_1^2=4ax_1^2y_1^2+b^2 \ \therefore\ y_2^2=ax_2^2+b^2$$

Para π, además de los valores burdamente aproximados

$$3 \quad y \quad \sqrt{10}$$

empleaban el "exacto" $\frac{31416}{10000} = \frac{3927}{1250}$ y el inexacto $\frac{22}{7}$.

Como los griegos, dividían el círculo en 360° y cada grado en 60'. La semicircunferencia tiene

$$10\,800',$$

luego en un radio, de estas partes caben

$$10800\,\frac{1250}{3927} = \frac{135\,000}{3927} = 3438$$

$\therefore$ sen $90° = 3438$

sen $30° = 1719$

sen $45° = 2431$

sen $60° = 2978$

En las Matemáticas modernas más analogía encontramos de nuestros procedimientos con los Indios que con los Griegos:

en el campo de la Aritmética y del Álgebra las tendencias modernas son esencialmente indias y no griegas.

Desgraciadamente sus bellos descubrimientos en el análisis indeterminado llegaron demasiado tarde a Europa para ejercer la influencia que habrían tenido dos o tres siglos antes.

Lección 53 — Jueves 18 de agosto.

Árabes

Después de Abul Wefa (940-998) nativo de las montañas de Persia — innovador original, descubridor de la variación de la Luna, introductor, sin éxito, de las tangentes — ya no hay entre los árabes ningún geómetra de gran talla.

Al-Biruni (Alberoni de los latinos, siglo XI) estudió la trisección del ángulo.

Al-Karhi (de Bagdad, siglo XI) escribió el mejor tratado de Álgebra árabe. Resolvió ecuaciones de la forma

$$x^{2n} + p x^n = q$$

Fue el primer autor árabe que demostró los teoremas sumatorios

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = (1 + 2 + 3 + \cdots + n)\,\frac{2n+1}{3}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \cdots + n)^2$$

Trabajó en, problemas y métodos de Diofanto, pero no añadió nada esencial. No usaba el sistema de numeración decimal de los indios, sino el griego.

Omar-al-Hayyami (siglo XI) resuelve ecuaciones de tercer grado, por medio de intersecciones de cónicas.

Después la decadencia se acentúa mas y mas.

En España, las matemáticas brillaron muy poco

Gabir-ben-Aflah (llamado por los cristianos: el Geber, de donde se formó la palabra álgebra) Siglo XI hace algunos trabajos astronomicos, siguiendo servilmente el Almagesto. No usa senos ni tangentes: sólo cuerdas

Lección 54ª Martes 23 de agosto

Europa Cristiana.

Después de Gerberto, que ocupaba el solio pontificio precisamente en el año de 1000, con el nombre de Silvestre II, se desarrolla un poco el estudio de las Matemáticas.

Francón de Lieja (1050) compuso un opúsculo de Quadratura Circuli en el que expone una solución falsa de este problema, cuya dificultad no lo asustaba. Se encuentran allí algunas consideraciones bastante netas: demuestra que es imposible expresar con números racionales, aun por medio de sustituciones reiteradas, la raíz cuadrada de un entero que no es cuadrado de otro entero.

Hermannus Contractus (1013-1054) llamado así porque desde su niñez se quedó con brazos y piernas contraídos. Se educó en la escuela monástica de Reichenau (Alemania). Llegó a ser maestro famoso de Matemáticas. Escribió sobre el astrolabio, el ábaco, y sobre el juego numérico llamado Ritmomaquia.

A fines del siglo XI se inició una actividad que llegó a tener influencia considerable en el progreso científico de la Europa medioeval: la traducción al latín de libros árabes.

Miguel Constantino Psellus (1020-1110) Escritor griego, de Constantinopla, de donde fue a Atenas para estudiar. Allí se hizo neoplatónico y regresó a Constantinopla a enseñar filosofía. Escribió una introducción al estudio de Nicomaco y Euclides, la que llegó a tener mucha fama, porque era de fácil lectura. Hizo algunas traducciones del griego al Latín, pero no se difundieron en Europa.

Traductores franceses e italianos. (XII)

Platón de Tívoli (1120). Tradujo del árabe la Astronomía de Al Batani (Albategnius), la Esférica de Teodosio y varias obras de astrología.

Un anónimo siciliano (1160) tradujo en Sicilia del árabe al latín el Almagesto de Ptolomeo.

Gerardo de Cremona (1114-1187), estudió primero en Italia, y después en España, aprendió el árabe en Toledo. Tradujo varias obras del árabe: Elementos de Euclides, Esférica de Teodosio, un libro de Menelao y también el Almagesto. Esta última obra es una de las más antiguas en que se usa el vocablo sinus en la Trigonometría.

Traductores ingleses (XII)

Adelardo de Bath (1120) estudió en Toledo, en Tour, en Laon; después en Grecia, Asia Menor, Egipto. Se le atribuye la primera traducción directa del Griego al Latín de los Elementos de Euclides, pero los críticos lingüistas consideran como más probable la traducción del árabe. Valuó la suma de los ángulos de un polígono estrellado: figura muy importante por su empleo frecuente en Astrología.

Roberto de Chester (Castrensis) tradujo el Algebra de al Jouarizmi. Llegó a ser Archidiacono de Pamplona.

Daniel Morley. Estudió en Oxford en 1180. Fue a París y a Toledo: escribió sobre Astronomía y Matemáticas, basándose libremente en los autores árabes

Lección 55 Jueves 25 de agosto.

El Siglo XIII.

Leonardo de Pisa (Fibonacci)	1170 – 1250.
Juan Campano	florecio 1260.
Miguel Scott	1175 - 1234.
Sacrobosco (Juan de Holywood)	1200 - 1256
Rogerio Bacon	1214 – 1294
Juan Peckham	1240 – 1292
Jordanus Nemorarius	? – 1237
Alberto el Grande	1205 – 1280
Alfonso el Sabio, Rey de Castilla	1223 – 1284

Es el siglo del despertar intelectual, después de 1000 años de sueño pesado para la Euro pa occidental.

En este siglo se fundaron nuevas Universidades, que ya no fueron, como las de centurias pasadas, dependencias o prolongaciones de las iglesias y catedrales. No había sujeción a la Iglesia, y la influencia de esta se atenuó.

Leonardo de Pisa es el más eminente de todos los matemáticos de la Edad Media. (Fibonacci = Hijo de Bonaccio). Pisa, Génova y Venecia eran centros de actividad comercial intensísima, ligados con todo el Mediterraneo. Bonaccio, el padre de Leonardo, tenía grandes negocios en una factoria fundada en la costa norte de Africa, en Bugia, población donde Leonardo recibio su primera educación de maestros Moros.

En su juventud navegó por todo el Mediterráneo: estuvo en Egipto, Siria, Grecia, Sicilia y en Francia, y aprendió todos los sistemas de cálculo que poseían entonces los mercaderes de todos los países. Declaró que todos los sistemas son deficientes ~~compa~~ y pobrísimos comparados con el sistema indio.

Escribió en 1202 su Liber Abaci (o Abbacus) en el que nada expone sobre el cálculo con el ábaco romano (o pitagórico). Es un buen tratado de Aritmética y Algebra elemental.

1. Lectura y escritura de números en el sistema indio
2. Multiplicación de enteros.
3. Adición de enteros
4. Sustracción de enteros
5. División de enteros.
6. Multiplicación de enteros por fracciones.
7. Otras operaciones con las fracciones.
8. Precios de artículos.
9. Cambios.
10. Compañía.
11. Aligación.
12. Solución de problemas.
13. Regla de falsa posición.
14. Raíces cuadrada y cúbica.
15. Geometría y Algebra.

En este Liber Abackus está expuesto el caudal de conocimientos aritméticos de los árabes, pero trata el asunto sin ceñirse a la exposición rutinaria que usaban los árabes ni amoldarse a la oscuridad de los autores cristianos: procede libremente, con idependencia intelectual ~~no~~ extraordinaria.

Muy lejos de ser un paciente compilador, como los árabes, o un servil imitador de la forma en que previamente se había tratado la misma materia, como los otros autores medioevales, Leonardo aparece como investigador original muy potente

Solo entre comerciantes se empleaba el sistema decimal de numeración: él fue el primer gran matemático que hizo enérgica propaganda en favor del sistema indio.

En aquella época de la palabra sifr que en árabe significa vacío, se formó el neologismo latino zephirum, de donde resultó después cipher (ingles) y cero (español).

No tuvo buen éxito Leonardo, y las clases cultas siguieron usando el abaco, y aun sucedio que e 1299 se prohibió a los comerciantes florentinos usar los números arábigos en su contabilidad: exclusivamente habían de escribir los números romanos, y los adjetivos ordinales deberían escribirlos con todas sus letras. (Hasta el Siglo XV no desapareció en Italia y en España el empleo del Abaco Romano). ~~De~~ En Inglaterra y Alemania todavía se usaban en 1650.

¡Cuán vigorosas son las rutinas!

El Liber Abaci durante siglos ha servido a muchos autores para tomar la materia de sus obras de Aritmética y Álgebra. Enseña métodos excelentes para calcular con enteros y quebrados; explica la extracción de las raíces cuadrada y cúbica; aplica las ecuaciones de primero y segundo grado a muchos problemas interesantes, los que resuelve sea con la regla de falsa posición "simple" o "doble", o bien por medio del Álgebra.

Liber A. contiene gran número de problemas. (cap 12)

Si Juan le ganara a Pedro 7 denarios, llegará a tener en quintuplo de lo que a éste le qudara; pero Pedro le ganara 5 denarios a Juan, este apenas quedarí con la septima parte de lo que reunió Juan.

7 ancianas van a Roma; cada una tien 7 mulas; cada mula lleva 7 sacos; cada saco contien 7 panes; con cada pan hay 7 cuchillos; y cada cuchillo está encerrado en 7 fundas. Cuantas son, en total, las personas,

animales y cosas nombradas 137 256"

$$7+7^2+7^3+7^4+7^5+7^6=\frac{7^7-7}{6}=137\,256.$$

Este problema tiene historia: casi es idéntico a uno que Ahmes da en su papiro 3000 años antes.

$$\begin{array}{rl} 7 & \\ 7^2 = 49 & = 7^2 \\ 2450 & \\ 2401 & = 7^4 \\ 120050 & \\ 117649 & = 7^6 \\ 19608 & = \frac{1}{6}(7^6-1) \\ 137256 & \end{array}$$

Lección 56ª ~~8 Martes~~ 30 de agosto

En 1220 publicó su Geometría Práctica que contiene toda la Geometría y Trigonometría que los árabes y las traducciones directas del griego habían trasmitido hasta su época. Leonardo expone y aplica el rico material geométrico con muchísima destreza y con rigor euclidiano.

De mucho mayor interés que estos libros didácticos son los que contienen investigaciones originales de Leonardo.

En Liber Quadratorum resuelve, entre otros, el problema de calcular un número racional x tal que x^2+5 y x^2-5 sean cuadrados de números racionales:

$$x=3\tfrac{5}{12}, \quad \sqrt{x^2+5}=4\tfrac{1}{12}, \quad \sqrt{x^2-5}=2\tfrac{7}{12}$$

Este es un probema diofantino que le propuso Juan de Palermo. Otro del mismo:

$$x^3+2x^2+10x=20$$

Leonardo logró demostrar en forma rigurosa que es imposible representar el valor de la raíz de esta ecuacion por medio de irracionales euclidianas, es decir, por medio de construcciones con regla y compás, o bien, por medio de raíces cuadradas, y se contenta con obtener con muchísima aproximación el valor de dicha raíz

Estudia la sucesión de números enteros

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \ldots$$

$$u_n+u_{n+1}=u_{n+2} \qquad \frac{u_{n-1}}{u_n}\to\tfrac{1}{2}(\sqrt{5}-1)$$

Sin embargo, sus brillantes trabajos fueron pura prédica en el desierto. La superioridad de Leonardo entre todos los matemáticos de su época era abrumadora, y parece que nadie fue capaz de entenderlo. De seguro, en la Universidad de París ningún maestro podía seguir los sutiles razonamientos del Quadratorum, ni asimilar las ideas del Flós.

Juan Campano (de Novara, cerca de Milán). Hizo una traducción de los Elementos de Euclides, que fue utilizada dos siglos después, en las primeras ediciones impresas de esa obra. Se advierte en esa traducción, la influencia de las traducciones árabes.

Escribió un Tratado de la Esfera, una Teoría Planetaria, y un libro sobre Calendario y Cómputo Eclesiástico.

→ Lección 57 ← Jueves 1 de septiembre.

Miguel Scott, probablemente fue maestro de Fibonacci. Estudió en las Universidades de París y Oxford. Aprendió el árabe en Toledo y allí mismo practicó la Astronomía. Era el astrólogo de Federico Segundo, pero este monarca lo comisionó para que tradujera del árabe, y los diera a conocer en la enseñanza, los tesoros científicos de la antigüedad griega.

Sacrobosco (Juan de Holywood) fue universitario también de Oxford y de París. Escribió libros elementales que se popularizaron muchísimo, y duraron en la enseñanza hasta fines del siglo XVI: un tratado de la Esfera, y un Tractatus de Arte Numerandi o Algorismus, este último para propagar en Europa el uso del sistema indio de numeración.

Rogerio Bacon fue el sabio inglés más eminente del Siglo XIII. Por sus obras, se desprende que conocía perfectamente los Elementos de Euclides, el Almagesto y la Óptica de Ptolomeo, la Esférica de Teodosio, buena parte de las obras de Menelao, Apolonio y Arquímedes.

Concibió, aunque no llegó a tallar una sola, las lentes convexas, y explicó algo embrolladamente la marcha de la luz y el efecto amplificador. Predijo la construcción de los telescopios. Su independencia intelectual era admirable, y varias de sus opiniones le costaron larguísimos años de reclusión forzada, sin permiso de leer sus libros y manejar sus aparatos.

Sacrobosco (sigue) Casi toda su enseñanza la dio en París. Su tratado de la esfera, trata de los principales círculos celeste, salida y puesta de los astros, y sobre las órbitas y movimientos de los planetas. Nada agregó al contenido del

Almagesto, pero el talento didáctico que demostró en el excelente orden y la claridad de la Esfera, influyó enormemente en su difusión antes y después de inventada la Imprenta. El Museo Británico tiene coleccionados ejemplares de 65 ediciones que a correspondientes a 400 años de éxito extraordinario.

Jordano Nemorario (Sajonia) → de Nemore Estudió en París.

Sus libros Arithmética decem Libris demostrata, Algorismus demostratus, Tractatus de Sphaera, de Triangulis, y un libro de algebra muy renombrado en la edad media Tractatus de numeris datis.

La más importante de sus obras es De Ponderibus Propositiones, que es un tratado de Estática

Alberto el Grande o Albertus Magnus tuvo mucha fama en su época. Estudió en Padua y enseñó en Bologna, Strasburgo, Freiburg, Colonia y Paris. Escribió mucho de Filosofía, con algo de Física, Astronomía y Aritmética estilo griego.

Alfonso el Sabio (Rey de Castilla). Fue astrónomo de mérito. Reformó las imperfectas tablas planetarias de Ptolomeo y dejó las llamadas Tablas Alfonsinas

El Siglo XIV.

Con el espectáculo que dió el siglo XIII podía esperarse una era de progreso más vigoroso en el XIV, pero no fue así.

Influyeron favorablemente para el progreso de las Ciencias las obras de los grandes poetas y escritores italianos, que encontraron como inspiradoras y modelos de sus obras, los libros clásicos de la antigüedad. Dante Alighieri (1265-1321), Petrarca (1304-1374) y Bocaccio (1313 — 1375).

Pero esta influencia para provocar el estudio de la Geometría en las fuentes originales de la Grecia Antigua, no fue suficiente: hubo factores negativos.

La Guerra de Cien Años (1328-1491?) que tuvo en toda la vida europea repercuciones desastrosas.

La Peste Negra (1347-1349) que acabó con el 40% de la población de Europa

Sólo pueden señalarse matemáticos de

Lección 58ª — Martes 6 de septiembre

Thomás Bradwardine 1290 – 1349
Jean de Meurs (Juan de Muris) 1290 – 1360
Nicolás Oresme 1323 – 1382

Siglo XIV.

No brilló como el XIII.

El matemático inglés más eminente fue Thomas Bradwardine, "Doctor Profundus". Profesor de Teología en Oxford, ascendió hasta llegar a Arzobispo de Canterbury. Escribió:

Aritmética Speculativa, donde siguió el modelo de Boecio, y sólo expone la teoría de los números cultivada en Grecia;

Tractatus de proportionibus;

Geometría speculativa, en la que incluye un capítulo sobre ~~políg~~ polígonos estrellados figuras isoperimetras, razones y proporciones, magnitudes irracionales y lugares geométricos del espacio.

De Quadratura Circuli

En Francia Jean de Meurs, estudió y enseñó en la Sorbona. Escribió sobre aritmética, astronomía y música. Su obra más notable es Quadripartitum: está parcialmente en verso latino y contiene bastante material de Álgebra.

Resuelve en este libro las ecuaciones $x^2 = 8x - 12$, $3x + 18 = x^2$, y $2\frac{7}{9}x^2 = 100$.

En una de sus obras dice tratando de proporciones entre las velocidades: "las velocidades de dos cuerpos que reciben impulsos del mismo género, son proporcional a los espacios recorridos, y que los resultados de las fuerzas motrices son proporcionales a los tiempos en que estas fuerzas se obran."

El primer matemático francés del siglo XIV es Nicolás Oresme, de Normandía, y cuya carrera eclesiástica lo hizo llegar a Obispo de Lisieux.

Escribió sobre Aritmética, Álgebra y Astronomía.

En su Algorismus proportionum, por primera vez se hace uso de los exponentes fraccionarios.

$\frac{1}{2} 2^p$ en vez de $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

$\frac{1}{3} 9^p$ " " " $9^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{9}$

En el Tractatus de Uniformitate se encuentra lo que pudo ser el germen de la Geometría Analítica, porque localiza puntos por medio de sus coordenadas

Lección 59 Jueves 8 de septiembre

El Siglo XV.

④	Lucas Pacioli (Luca di Borgo).	1445 - 1509
⑤	Johann Widman	1460 -
①	Nicolás de Cusa	1401 - 1464
②	Georg von Peurbach	1423 - 1461
③	Regiomontanus (Johann Müller) (Joannes de Monteregio)	1436 - 1476
⑥	Nicolas Chuquet	(? - 1500)
	La invención de la Imprenta	1450
	La caída de Constantinopla	1453

En Italia aparecieron en la primera mitad del Siglo XV muchas Aritméticas mercantiles: algunas excelentes. Cuando apareció la Imprenta fueron impresas en abundancia algunas de esos libros; otros nunca llegaron a imprimirse

Nicolás de Cusa (von Kues) hijo de un pescador alemán. Hizo rápidos progresos en la Iglesia y llegó a Cardenal, y después a Gobernador de Roma.

Escribió varios tratados de Matemáticas acerca de la cuadratura del Círculo, la Reforma del Calendario, y el perfeccionamiento de las Tablas Alfonsinas, la teoría heliocéntrica del Universo (que el mismo Cusa sólo consideró como una paradoja) y la Teoría de los Números. Hasta se le llegó a atribuir un trabajo sobre la cicloide; pero semejante opinión resulta insostenible.

Georg von Peurbach (austriaco) estudió en Universidades Italianas, fue alumno de Nicolás de Cusa y de otros grandes maestros. Como Profesor de matemáticas en Viena, convirtió su Universidad el Centro matemático más importante de su época.

Escribió una aritmética excelente; pero su ocupación más importante fue la Astronomía. Compuso una tabla de senos, pero sin ceñirse al cartabón de Ptolomeo (radio = 60°; 1° = 60', 1' = 60"): dividió el radio en 600 000 partes.

Cotejando las varias traducciones que había del Almagesto, notó grandes diferencias y contradicciones que atribuyó a los raquíticos conocimientos astronómicos de los traductores; y como él no sabía el griego, utilizó aquellas traducciones, y él que sí conocía perfectamente la Astronomía logró restablecer el texto de Ptolomeo expulsando los errores que abundaban en dichas traducciones.

Hizo muchas observaciones astronomicas: midió con mucha precisión las posiciones de las fijas, y estudió en detalle la marcha de los planetas.

Siempre lo persiguió la idea de aprender el griego, para conocer el original del Almagesto. Sabiendo que Italia estaba inradida de maestros griegos que huyeron de Constantinopla, se preparaba en Viena para trasladarse a Italia cuando lo sorprendió la muerte a los 38 años.

Regiomontanus (Johann Müller, o Juan de Monteregio, de Königsberg, perteneciente a la Prusia oriental) fue el primer matemático del siglo XV. Fue alumno de Peurbach, y enseñó en Roma, Venecia y Ferrara.

Superó a su maestro en conocimientos. Regiomontanus iba junto con Peurbach a estudiar el griego a Italia, cuando murió éste; pero él sí hizo el viaje, aprendió el Griego, y tradujo directamente el Almagesto al Latín, lo mismo que las Esféricas de Menelao, y las de Teodosio.

Corrigió, según el texto griego, la traducción de Arquímedes que había hecho el el siglo ~~XV~~ XII Gerardo de Cremona. No exclusivamente le interesaba la Astronomía y la Trigonometría.

Él mismo tradujo las Cónicas de Apolonio, las Neumáticas de Herón, la Música y la Optica de Ptolomeo, las Cuestiones mecánicas de Aristóteles, y otros libros Aritmética de Diofanto.

Terminó un compendio o Epítome del Almagesto, que Peurbach había comenzado. Escribió un Comentario sobre las obras de Ptolomeo, que resultó modelo de claridad, y aprovechó para presentar resueltos una multitud de problemas astronómicos.

Lección 60ª Martes 13 de septiembre de 1932

Formó unas efemérides para los movimientos de los planetas y de la luna, relativas al período de 30 años, de 1475 a 1505, las que resultaron aproximadísimas a la verdad.

Su obra de Triangulis es una trigonometría rectilínea y esférica muy completa y bien hecha. Resolvió todos los problemas relativos a los diversos datos de un triángulo.

Hizo unas tablas de senos y tangentes, pero en vez de dividir el radio en 600 000 partes, como su maestro, consideró más cómodo para los cálculos utilizar millonésimos de radio en vez de seiscientos-milabos. Recomendaba con insistencia el empleo de las tangentes.

Comenzaba a trabajar en la Reforma del Calendario que le encomendó el Papa Sixto IV, cuando murió repentinamente a los 40 años. Se dice que sus críticas a la pésima traducción del Almagesto ~~que~~ hecha por ~~Gerardo~~ Jorge de Trebizonda (griego), provocaron en los hijos de éste un odio tan terrible que lo envenenaron. No hay pruebas de esto.

Lucas Pacioli (Luca di Borgo) 1445-1509

nació en Toscana. Fue ardiente admirador de los árabes. De la orden de los Hermanos Menores profesó en Perusa, Roma, Pisa, Venecia y Florencia.

En 1470 escribió una Álgebra que nunca publicó, y después escribió otros libros de poca importancia. En los últimos años del siglo XV estuvo trabajando en su gran libro

Suma de Aritmética, Geometría, Proportioni e Proporcionalita.

que apareció en 1494 en Venecia. En ésta no solamente reunió todo el contenido de sus obras anteriores inéditas, sino todo los conocimientos matemáticos de su época. Notable compilación aunque casi carente de originalidad. Libremente copió (sin hacer ninguna mención, como se estilaba entonces) a Leonardo de Pisa, Sacrobosco, Boecio, Euclides y Ptolomeo.

En 1497 escribió en Milán su obra "De divina proportione", que desde el punto de vista geométrico, era más importante que la Suma, pero que no alcanzó la popularidad de ésta. Sus figuras de los poliedros regulares son tan notables que hasta han sido atribuídas a Leonardo de Vinci.

Leonardo de Vinci, artista extraordinario, hombre extraordinario y único, hizo estudios interesantes y originales sobre Estática. Resolvió este problema geométrico curioso: ¿qué movimiento debe tener un plano que se desliza en un plano fijo para que un estilete ligado a éste trace en aquél una elipse? La solución más simple que encontró Leonardo consiste en obligar a los lados de un ángulo trazado en el plano móvil, a quedar apoyados en dos puntos del plano fijo

La Divina Proportioni de Pacioli, o regla de oro, es en lo esencial, la división de un segmento en media y extrema razón y sus aplicaciones al trazo del pentágono y decágono regulares, y a los poliedros más complicados: dodecaedro e icosaedro regulares.

Nicolás Chuquet nació en París pero vivió en Lyon, y escribió en 1484 su

Triparty en la science des nombres

La primera parte trata del cálculo con números racionales. La segunda, de las raíces inconmensurable y del cálculo con éstas. La tercera parte es la Teoría de las Ecuaciones.

Sus notaciones algebraicas son más simples que las de Pacioli, y demostró mucho mayor originalidad que aquél, en la resolución de los problemas que propone, pero ejerció poca influencia porque no se reimprimió.

Chuquet llamaba: millón a 10^6, billón a 10^{12}, trillón a 10^{18}, cuatrillón a 10^{24}, etc., hasta nonillón $= 10^{54}$. Escribe los números grandes con sus cifras separadas, en grupos de seis en seis, por medio de comillas

745324′ 804300′ 700023′ 654 321

L'On doit savoir que ung million vault mille milliers de unitez, et ung byllion vault mille milliers de millions, et tryllion vault mille milliers de byllions.

En las ecuaciones usa los símbolos:

12^0, por 12; 12^1, por $12x$; 12^2, por $12x^2$; $.9.^{3\bar{m}}$, por $9x^{-3}$

Johan Widman, en su Aritmética Mercantil, publicada en ~~18~~ 1484 empleó por primera vez los signos + y − para la adición y la sustracción. No fueron inventados por él: los comerciantes los empleaban con alteraciones sucesivas.

Lección 61ª Martes 27 de septiembre

El Siglo XVI en Italia

1	Scipione del Ferro	1465 – 1526	Algebristas
2	~~Jerónimo~~ Cardano (Girolamo)	1501 – 1576	
3	Tartaglia (Nicolo)	1506 – 1557	
4	Lodovico Ferrari	1522 – 1560	
6	Francesco Maurolico	1494 – 1575	
7	Federigo Comandino	1509 – 1575	
8	Matteo Ricci (Li-Ma-To)	1552 – 1610	
5	Rafael Bombelli	1530 –	

En realidad la influencia de la Imprenta en el desenvolvimiento rápido de la Ciencia, no se hizo sentir sino hasta el siglo XVI.

El descubrimiento de América y los viajes de Vasco de Gama y Magallanes ampliaron extraordinariamente el mundo conocido.

Los elementos de Euclides fueron impresos en 1482, y las Cónicas de Apolonio en 1537.

Los matemáticos italianos del Renacimiento trabajaron con ardor y con grandísimo éxito en perfeccionar el Algebra: la resolución de las ecuaciones los tentó particularmente.

Scipione del Ferro, de Bologna, trabajó mucho en la resolución de problemas geométricos con una sola abertura de compás y con la regla.

Encontró un procedimiento para resolver la ecuación de tercer grado $x^3 + ax = b$, y mantuvo secreto su método conforme a las costumbres de aquella época. En 1506 lo reveló a su discípulo Antonio Maria Fiore (de Venecia), en latín: Floridas.

Nicolo de Brescia o Tartaglia, demostró dotes excepcionales para la investigación matemática. En 1530 Tonini da Coi como desafío le propuso las ecuaciones

$$x^3 + 3x^2 = 5$$
$$x^3 + 6x^2 + 8x = 1000$$

que inmediatamente no pudo resolver Tartaglia; pero poco después encontró un procedimiento imperfecto que mantuvo secreto, pero del cual habló sin revelárselo a Floridas, quien afirmó conocer la resolución de las ecuaciones de la forma

$$x^3 + ax = b,$$

y desafió a Tartaglia para una contienda pública en fecha fijada de antemano (22 de febrero de 1535). Tartaglia tuvo tiempo para resolver la ecuación de del Ferro

$$x^3 + ax = b$$

con la sustitución $x = \sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v}$: los irracionales desaparecen tomando la diferencia $u - v = b$. Lo que conduce a

$$\cancel{v = \sqrt{\frac{a^3}{8} -}}$$

$$u = \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}} + \frac{b}{2}, \qquad v = \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}} - \frac{b}{2}.$$

El 13 de febrero tenía ya esta solución y la análoga para la ecuación

$$x^3 = ax + b.$$

Llegó el día 22: cada adversario debería proponer treinta problemas, y el que resolviera mayor número en ~~quince~~ 50 días ~~tendr~~ sería el vencedor.

Tartaglia tardó dos horas en resolver los treinta problemas de Floridas, y éste en ~~quince~~ 50 días no pudo resolver ninguno de los problemas de ~~Tartaglia~~ aquél.

Tartaglia prosiguió el estudio de las ecuaciones de tercer grado, y en 1541 descubrió la solución general de la ecuación

$$x^3 + px^2 = q \qquad (p \geq 0,\ q \geq 0)$$

transformándola en

$$x^3 = ax + b.$$

Sin dar a conocer el procedimiento general, bastaron algunos problemas particulares que publicó para darle fama extraordinaria, y de muchas ciudades italianas recibió la petición de publicar su método, pero él declinó la invitación y dijo que después de terminar una traducción de Euclides y Arquímedes, publicaría una obra extensa de Álgebra en que estaría revelado su método.

Girolamo Cardano, profesor de Milán, después de reiteradas solicitudes, y de hacer solemnes promesas por lo más sagrado de mantener el secreto, consiguió obtener de Tartaglia sus reglas para resolver las ecuaciones de tercer grado. Inmediatamente las aprovechó para coronar ricamente su obra Ars Magna que precisamente entonces estaba terminando, y que publicó en 1545 con las reglas de Tartaglia.

Tartaglia se desesperó, porque vio desecho el proyecto capital de su vida. En disputas y desafíos a Cardano y al discípulo de éste, Ferrari, perdió mucho tiempo y gastó energías y salud, sin salir victorioso en estas luchas. Cuando, más tranquilo, pudo comenzar la ~~pu~~ impresión de su gran tratado de Álgebra, no llegó, sin embargo, a las reglas de las cúbicas porque murió.

Cardano era extravagantísimo. Astrólogo, estudiante de filosofía, tahur habilísimo, médico eminente dotado de hábitos de observación cuidadosa, algebrista de primera fuerza, protector y padre de un asesino, profesor de la Universidad de Bologna, huesped de un asilo de mendigos, víctima de supersticiones absurdas, Rector de la Escuela de Medicina de Milán, hereje que se atrevió a publicar el horoscopo de Jesucristo, pensionado muy constante del Papa, hombre de genio indiscutible, dejado de todo principio moral.

— Su Ars Magna contiene ———

Lección 62^a Jueves 29 de septiembre

En el Ars Magna, Cardano considera francamente las raíces negativas y positivas de una ecuación, que llama ficticias y reales. No toma en cuenta las imaginarias: Cuando encuentra una ecuación con tales raíces, le llama imposible. Pone en relieve la dificultad en el caso irreducible de las cúbicas, y afirma que ella atormentará tanto a los matemáticos como la cuadratura del círculo.

En el caso irreducible

$$x^3 + ax = b$$

$$u = \frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}} \qquad v = -\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}$$

el subradical es negativo:

$$\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27} < 0$$

y sin embargo las tres raíces son reales

$x^3 - 7x = 6$ $\qquad u = 3 + \sqrt{9 - \frac{343}{27}} = 3 + \frac{10}{9}\sqrt{-3}$, $b = -3 + \frac{10}{9}\sqrt{-3}$

$$x = \sqrt[3]{3 + \frac{10}{9}\sqrt{-3}} + \sqrt[3]{-3 + \frac{10}{9}\sqrt{-3}}.$$

$$x^3 - 63x = 162 \therefore u = 81 + 30\sqrt{-3}, \quad v = -81 + 30\sqrt{-3}$$

$$\sqrt[3]{u} = -3 + 2\sqrt{-3} \qquad \sqrt[3]{v} = 3 + 2\sqrt{-3}$$

Cardan dio un procedimiento de resolución aproximada de las ecuaciones basado en el cambio de signo que resulta de sustituir en vez de la incógnita, sucesivamente dos valores entre los que está comprendida una raíz.

Descubrió que un polinomio es divisible entre el binomio formado por la incógnita, menos una raíz.

El coeficiente del término de segundo grado, es simétrico de la suma de las raíces.

Luigi o Lodovico Ferrari, discípulo de Cardán, resolvió las ecuaciones bicuadráticas o de cuarto grado. También aquí intervino Tonini da Coi, quien en 1540 propuso la ecuación

$$x^4 + 6x^2 + 36 = 60x.$$

Cardano había resuelto algunas ecuaciones de cuarto grado por procedimientos particulares, pero no pudo obtener, la solución general.

Ferrari escribió la ecuación de Tonini en la forma

$$(x^2+6)^2 = 6x^2 + 60x$$

Si el segundo miembro fuera un cuadrado perfecto, bastaría extraer raíz cuadrada a ambos miembros para abatir el grado. Ferrari agrega

$$2(x^2+6)y + y^2$$

a ambos miembro: y es una incógnita auxiliar.

$$(x^2+6+y)^2 = (6+2y)x^2 + 60x + (12y+y^2).$$

Para que el segundo miembro sea un cuadrado perfecto:

$$(6+2y)(12y+y^2) = 900$$

Conseguido esto:

$$x^2 + 6 + y = \sqrt{6+2y}\,x + \sqrt{12y+y^2}$$

$$= \sqrt{6+2y}\,x + \frac{30}{\sqrt{6+2y}}$$

→ Lección 63 → Martes 4 de octubre

Rafael Bombelli, de Bologna, escribió:

L'Algebra parte maggiore dell' Aritmética divisa in tre libri, publicada en 1572. Aquí demuestra la realidad de las tres raíces de la ecuación cúbica cuando la regla de Cardano requiere la extracción de la raíz cúbica de un número complejo. El libro es el mejor tratado didáctico de Algebra escrito en Italia en el Siglo XVI. Era Ingeniero, pero nada se sabe de su vida.

Francesco Maurolico, de Messina (Sicilia), era de ascendencia griega. ~~Fue~~ sacerdote y profesor de Matemáticas. Tradujo las obras de Teodosio y Menelao, y publicó libros de Euclides, Apolonio y Arquímedes utilizando traducciones que no se habían impreso.

Hizo investigaciones profundas sobre las cónicas. En algunos puntos superó a Apolonio: se decía de él que después de Arquímedes, fué el único gran geómetra que produjo Sicilia. De seguro fue el ~~más grande~~ geómetra más notable del siglo XVI.

Federigo Commandino (de Urbino) 1509-1575, fue activísimo traductor y editor de los libros Clásicos griegos sobre Matemáticas. Sus ediciones de Euclides, Arquímedes, Apolonio, Aristarco, Herón, ~~y~~, Ptolomeo y Papus son excelentes.

Matteo Ricci es famoso por su energía para llevar la ciencia europea a países remotos. (Ancona, 1552-Pekín, 1610). Entró de jesuíta en 1571, y fue enviado de Roma a China en 1577, y llegó a Cantón en 1578.

Superó a todos sus predecesores en la tarea de introducir en el extremo oriente, la ciencia occidental. Ayudado por dos sabios Mandarines, tradujo al Chino los seis primeros libros de Euclides. Su nombre traducido al chino es

Li-Ma-To.

Él mismo escribió en chino una aritmética y varias obras astronómicas.

Inglaterra y Francia en el Siglo XVI.

Cuthbert Tonstall	1474-1559.
Robert Recorde	1510-1558.
John Dee	1527-1608.
Pierre de la Ramée (Ramus)	1515-1572.
François Viète	1540-1603.

El primer libro inglés dedicado totalmente a las Matemáticas fue publicado en 1522 — De Arte Supputandi, por

Cuthbert Tonstall —: una Aritmética escrita con erudición muy pesada. La obra no revela originalidad en su autor: la materia casi toda está tomada de Luca Pacioli y de otros autores italianos; pero escrita en buen orden y con claridad; aunque demasiado extensa.

El matemático ~~qu~~ inglés que más influencia ejerció en el siglo XVI fue Roberto Recorde. Enseñó las Matemáticas en Oxford y en Cambridge, después recibió el título de doctor en medicina y fue médico del Rey Eduardo VI y de la Reina María. Hizo estudios de jurisprudencia, pero a pesar de eso fue a dar a la cárcel. No se sabe por qué.

Sus libros matemáticos están escritos en diálogo, como lo hicieron otros autores de esos siglos, y afortunadamente en inglés.

The Ground of Artes (El Fundamento de las Artes) 1542: una de las Aritméticas más populares en el siglo XVI, en el cual aparecieron 18 ó 20 ediciones, y otras 12 en el siglo XVII.

The Castle of Knowledge (~~El Castillo~~ La Fortaleza del Conocimiento): libro de Astronomía, impreso en 1551, que ya expone el sistema de Copérnico.

The Pathewaie of Knowledge (El Sendero del Conocimiento) que es un extracto de los Elementos de Euclides, 1551.

The Whetstone of Witte (La Piedra de afilar — o mollejón — del Ingenio. Contiene: extraction of Rootes; the Cossike practises with ~~a~~ the rule of Equation; and woorkes of Surde Nombers. 1557.

El Arte Cósico es el Algebra o arte de la Cosa, o de la Incógnita. En este libro apareció impreso por primera vez el signo =. Ver 411

John Dee fue un matemático inglés que se ~~pro~~ imponía la regla de trabajar en sus estudios y escritos, 18 horas diarias (otras cuatro para dormir y dos para comer y distraerse). Viajó por el Continente, dió un curso público en París sobre Euclides, y colaboró en la primera traduccion inglesa de los Elementos. Sólo aparece como autor del prologo; pero se cree que en realidad él mismo hizo la traducción, que está a nombre de Sir Henry Billingsley, Lord Mayor de Londres.

La primera mitad del siglo XVI fué una de las peores épocas para las Matemáticas en Francia.

Descolló en París Oroncio Fino, matemático menos que mediano, pero muy activo: escribió muchos libros de Aritmética, Astronomía, Geometría, y especialmente sobre Cuadratura del Círculo. Enseñó por muchos años en París.

Ramus (Pierre de la Rammée). En el Colegio de Navarra (en París) demostró facultades extraordinarias. A los 21 años de edad, 1536, se atrajo la atención de toda Europa por su tesis de examen "Todo lo que dijo Aristóteles es falso." Hizo una buena edición de Euclides, y escribió tratados de Aritmética teórica, Geometría, y Optica. Enseñó las Matemáticas, así como Filosofía y Humanidades. Tenía fama de ser orador de gran talla, y habilísimo en las discusiones. Como era protestante lo asesinaron en la Noche de San Bartolomé, 1572.

Lección 64ª Jueves 6 de octubre.

Viète 1540-1603.

Canon Mathematicus 1579
Liber inspectionum

Viète es el creador del Álgebra moderna: a muy pocos matemáticos debe tánto esta Ciencia como a ese hombre célebre. Digno precursor de los grandes analistas del siglo XVII, él dejó los cimientos de una parte muy considerable de la obra que éstos erigieron.

Se debe a Viète el uso de las letras, no sólo para designar las incógnitas, sino para todos los datos y elementos conocidos. La Logistica Speciosa es esta Algebra en que se opera con datos arbitrarios, representados por letras mayúsculas:

Incógnitas: A, E, I, O, V, Y
Datos: B, C, D, F, ...

Viète:	A,	Aq,	Ac,	Aqq,	Aqc,	Acc	incógnita
actual:	x,	x^2,	x^3,	x^4,	x^5,	x^6	
	Numerus.	Quadratum.	Cubus	Quad. Quadratum.	Quad. Cubus	Cubus Cubus	

Para conservar la homogeneidad en las ecuaciones, atendía siempre al grado de cada coeficiente, caracterizado con las palabras latus, planum, solidum, plano-solidum, solidum-

Les grandeurs, qui, de genre en genre, montent ou descendent, sont appelées Echelons (scalaires) [illegible] solidum:

B, Bp, Bs, Bpp, Bps, Bss.

Signos de adición y sustracción + y — o =. Si el sustraendo es conocido, Viète escribe —, y si es desconocido, porque contiene a la incógnita, escribe = (minus incertum).

Multiplicación: la partícula in. (ducere in / adplicare ad) en logística speciosa
División: la raya de quebrado — en numerosa multip. y división
Igualdad: la abreviatura æq.

$$B \text{ in } Ac + Cp\,Aq = Ds\,A \text{ æq. } Fpp$$

$$a x^3 + b x^2 - c x = d.$$

Las aplicaciones númericas constituyen la Logistica Numerosa. Aquí los coeficiente son números y las letras solo sirven para representar las incógnitas y sus potencias

Numerus	Quadratum.	Cubus.	Quad. Quadratum.	Quad. Cubus.	Cubus. Cubus
1N	1Q	1C	1QQ	1QC	1CC.
x	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6

$$1QC = 15QQ + 85C = 225Q + 274N \text{ aeq. } 120$$

$$x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x = 120.$$

Si en la Logistica Numerosa, los datos se mezclan entre sí al efectuarse los cálculos y en el resultado son indiscernibles, en la Logistica Especiosa, los datos se conservan en todo el curso de las operaciones, y en el valor del resultado se ve de qué manera influye cada uno de dichos datos.

Lección 659 —————— Martes 11 de octubre de 1932

Viète enseña de un modo sistemático a transformar las ecuaciones ~~cuyas rai~~ en otras cuyas raíces están ligadas con las de la primitiva. Agregar un número a todas las raíces, o restarlo de ellas; multiplicar todas por un número, etc. Así, puede hacer desaparecer el segundo término de cualquier ecuación, o barrer con fracciones o irracionales que complican una ecuación. Todo esto constituye la preparación de las ecuaciones

Las ecuaciones de segundo grado las resuelve, haciendo desaparecer el término de segundo grado, lo que las reduce a la forma $y^2 = a$.

La ecuación de tercer grado, ya desprovista de segundo término

$$x^3 + ax = b,$$

la resuelve con la sustitución ingeniosísima:

$$x = \frac{a}{3z} - z$$

$$x^3 = \frac{a^3}{27z^3} - \frac{a^2}{3z} + az - z^3; \qquad ax = \frac{a^2}{3z} - az$$

$$x^3 + ax = \frac{a^3}{27z^3} - z^3; \qquad \frac{a^3}{27z^3} - z^3 = b$$

$$z^6 + bz^3 = \frac{a^3}{27}, \text{ etc.}$$

En la ecuación $x^3 - 3a^2x = 2b^3$

$$x = \frac{a^2}{y} + y = \frac{a^2+y^2}{y}; \quad x^3 = \frac{a^6+y^6}{y^3} + \frac{3a^2y^2(a^2+y^2)}{y^3} = \frac{a^6+y^6}{y^3} + 3a^2x$$

$$x^3 = \frac{a^6}{y^3} + \frac{3a^4}{y} + 3a^2y + y^3.$$

$$-3a^2x = -\frac{3a^4}{y} - 3a^2y$$

$$\frac{a^6}{y^3} + y^3 = 2b^3$$

$$y^6 - 2b^3y^3 + a^6 = 0 \qquad (y^3 - b^3)^2 = b^6 - a^6$$

$$y^3 - b^3 = \sqrt{b^6 - a^6}$$

$$y = \sqrt[3]{b^3 + \sqrt{b^6 - a^6}}$$

$$\frac{a^2}{y} = \frac{a^2}{\sqrt[3]{b^3 + \sqrt{b^6 - a^6}}} = \sqrt[3]{b^3 - \sqrt{b^6 - a^6}}$$

$$x^3 - 3a^2x = \frac{a^6+y^6}{y^3}$$

$$\frac{y^6+a^6}{y^3} = 2b^3$$

$$y^6 - 2b^3y^3 + a^6 = 0$$

$$(y^3 - b^3)^2 = b^6 - a^6$$

$$y^3 \cancel{-b^3} = b^3 + \sqrt{b^6 - a^6}$$

$$\frac{a^6}{y^3} = b^3 - \sqrt{b^6 - a^6}$$

$$\begin{cases} y^3 = b^3 + \sqrt{b^6 - a^6} \\ \dfrac{a^6}{y^3} = b^3 - \sqrt{b^6 - a^6} \end{cases}$$

Para las bicuadráticas sigue un procedimiento casi idéntico al de Ferrari.

Sólo considera Viète las raíces positivas, de las ecuaciones, y encuentra que en una ecuación de raíces positivas el coeficiente del ~~término~~ segundo término es la suma de dichas raíces, y que el término es sustractivo; que el coeficiente del tercer término es la suma de los productos de las raíces multiplicadas de dos en dos, etc.

Resuelve las ecuaciones numéricas de cualquier grado, por aproximaciones sucesivas. Sigue un camino parecido al de extracción de la raíz cuadrada y raíz cúbica de un número.

Consiste en partir de un valor aproximado de la raíz que quiere valuarse, y en obtener la Corrección expresada con una _sola_ _cifra_ _significativa_.

$$x^3 - 5x = 1400$$

$x = 10 + a \therefore$ $\quad x^3 = 1000 + 300a + \cdots$

$-5x = -50 - 5a$

$950 + 295a + \cdots = 1400$

$\cancel{100}$

$295a + \cdots = \cancel{1}450 \qquad a = \frac{450}{295} \doteq 1$

$10 + a = 11$

$x = 11 + b \qquad x^3 = 1331 + 363b + \cdots$

$-55 - 5b$

$1276 + 358b + \cdots = 1400 \qquad 358b \doteq 124$

$b = \frac{124}{358} = .3$

$11 + b = 11.3 \qquad 1386.397 + 378.07c = 1400 \qquad 378.07c \doteq 13.397$

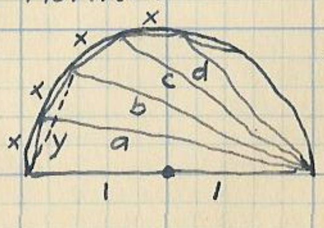
$x = 11.3 + c$

$$\begin{array}{r} 113 \\ 339 \\ \hline 127.69 \\ 12769 \\ 38307 \\ \hline 1442.897 \\ 56.5 \\ \hline 1386.397 \end{array}$$

$x = 11.33 \qquad c = \frac{13.4}{378} \doteq .03$

Este método que dio mucha fama a Viète, por la admiración que provocó a sus contemporaneos es el germen de los métodos de aproximación que en siglos futuros desarrollaron Newton y Horner.

Trigonometría



$2x + bx = ay$

$2 + b = a^2 \qquad b = a^2 - 2$

$a + c = ab \qquad \cdot c =$

$b + d = ac$

$c + e = ad$

Lección 66ª Jueves 13 de octubre.

Viéte, además, resolvió problemas geométricos difíciles como el de Apolonio: trazar una circunferencia tangente a tres circunferencias dadas. Publicó su trabajo con el seudónimo de "Apollonius Gallus"

Aplicó sistemáticamente el cálculo algebraico a la resolución de problemas geométricos, pero no empleó coordenadas: no creó la Geometría Analítica.

Alemania	
Michael Stifel	1487 – 1567
Heinrich Schreyber	1496 – ?
Georg Ræticus	1514 – 1576
Cristopher Clavius (Klau)	1537 – 1583
Holanda y Bélgica	
Ludolf van Ceulen	1540 – 1610
Adriaen van Roomen	1561 – 1615
Adriaen Metius	1571 ? ~~1550~~ ? 1635
Simon Stevin	1548 – 1620
Polonia	
Nicolas Copérnico (Niklas Koppernigk)	1473 – 1543
Portugal	
Pedro Núñez	1502 – 1578
España y México.	
Pedro Ciruelo	1470 – 1560
Juan de Ortega	<1512 – >1567
Juan Pérez de Moya	1560
Juan Diez	<1518 – >1556

Stifel, religioso agustino y después luterano, en cierto modo llegó al campo de las Matemáticas después de pasar por un período de agitación en medio de las luchas religiosas de la época. Su primer trabajo relativo a números fue la demostración de que el papa León X es la Bestia del Apocalipsis:

Leo DeCIMVs*: MDCLVI : se suprime la M que significa misterio y se agrega la X (de León X):

$$DCLXVI = 666$$

que es el número de la Bestia del Apocalipsis.

Sin embargo, Stifel escribió libros de Matemáticas importantes:

Arithmetica Integra (1544). es cálculo numérico y también Algebra. En las ecuaciones de segundo grado, da una solución única y general que abarca to-

dos los casos particulares: prescinde de los 23 casos prolijamente enumerados por otros autores.
Estudia también sistemas de ecuaciones de segundo grado. con varias incógnitas.
Estuvo cerca de la concepción de los logaritmos cuando asocia una progresión aritmética y una geométrica.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32	64

y hace ver que la suma de dos términos de la primera va asociada al producto de los terminos correspondientes de la segunda.

Stifel incluye en su Arithmetica Integra una tabla de los coeficientes de las potencias de un binomio hasta la 17^a. Expone las fórmulas de Cardano.

Schreyber (Grammateus) fue profesor muy activo: viajó mucho. Es el primer escritor que en el algebra usa los signos de operación + y —. Escribió tratados de Aritmética, Algebra, Teoría de las Proporciones y de Medición (Topografía).

Ræticus era principalmente astrónomo. Escribió sobre Aritmética, Trigonometría y Astronomía. En su libro Canon doctrinae triangulorum por primera vez aparecen definidas las seis funciones trigonométricas como relaciones (y no como longitudes) asociadas a un ángulo (y no al arco). Sin embargo al seno, coseno y cosecante los designa con nombres empapados del concepto de longitud:

perpendiculum, basis, hypotenusa.

Fue el primero en usar la disposición de las tablas amalgamando los primeros cuarenta y cinco grados con los ultimos cuarenta y cinco grados del cuadrante. El intervalo es de 10' y usa 7 ~~dec~~ cifras.
Para calcular los cosenos y senos de los angulos en progresión aritmetica emplea la fórmula

$$\cancel{\cos n\varphi}\quad \cos(n+1)\varphi = \cos(n-1)\varphi - 2\,\text{sen}\,\varphi\,\text{sen}\,n\varphi$$

$$\text{sen}\,(n+1)\varphi = \text{Sen}\,(n-1)\varphi + 2\,\text{sen}\,\varphi\cos n\varphi$$

Lección 67 Martes 18 de octubre.

Clavius (Klau), Fue en el Siglo XVI el matemático alemán que más éxito favorable tuvo en el empeño de difundir en su país la Ciencia.

Sus obras de Matemáticas puras, Aritmética y Álgebra, son excelentes.

Publicó en 1574 una traducción de los elementos de Euclides, que no es precisamente una traducción. Es una obra valiosa por los comentarios y desarrollos originales que trae sobre el libro de Euclides.

Pero su actividad más fecunda está en el campo de la Astronomía.

Sus conocimientos los aprovechó para elaborar el nuevo Calendario, que fué aprobado como el mejor de todos (los que se propusieron) por una junta de matemáticos, astrónomos y eclesiásticos.

Tuvo que luchar mucho en defensa de su calendario pero triunfó contra todos, aun contra el mismo Viète, que en esta sola ocasión estuvo inferior a su jerarquía de gran hombre de Ciencia, por las injustificadas objeciones que hizo a la reforma ideada por Clavius. Aun Viète propuso otro calendario plagado de errores.

El papa Gregorio XIII, decretó que el nuevo calendario comenzará a regir precisamente al acabarse el día 4 de octubre de ~~la~~ 1582: el día siguiente se llamaría 15 de octubre. De esta manera se subsanó el adelanto de 10 días, que ya había alcanzado el equinoccio de primavera. En vez de presentarse este equinoccio el 21 de marzo como sucedía en el año de 325, cuando se reunió el Concilio de Nicea, el el Siglo XVI, se presentaba el 11 de marzo. Esto se debe al exceso de 11 minutos 15 segundos ~~qu~~ del año juliano sobre el año solar: el equinoccio se atrasa 45 m. en 4 años, o un día en 128 años o 3 días en 384 años. La reforma gregoriana consistió en suprimir 3 años bisiestos en el curso de 4 siglos. Así es que con relación al Calendario Gregoriano, el equinoccio solamente se adelantará a razón de 3 horas en el curso de 4 siglos. Se necesitan más de 30 siglos para que se adelante un día el repetido equinoccio.

Si entre los agustinos hubo muchos cambios de la Iglesia romana a la luterana, entre los jesuítas no sucedió lo mismo. Clavius, se mantuvo firme en su Compañía de Jesús.

Las propiedades místicas de los números tenían en aquel siglo muchos adeptos, aun entre hombres de Ciencia como Clavius, quien acogió una demostración original de Pedro Bungo, relativa a la Bestia del Apocalipsis. Consistía en atribuír a las letras ciertos valores numéricos

$$M=30,\ A=1,\ R=80,\ T=100,\ I=9,\ N=40, \text{ etc}$$

con los cuales resulta MARTIN LVTERA = 666.

Todavía en el siglo XVII hubo sabios ilustres que aceptaban las absurdas propiedades místicas de los números, como Neper y Kepler: no estaba, ~~suf~~ aún, suficientemente lejos la Edad Media para que la Humanidad se librara de aberraciones tenebrosas.

Jueves 20 de octubre. Lección 68ª

Ludolph van Ceulen (Collen, Cuelen, Keulen) nació en Alemania, pero casi toda su vida la pasó en Holanda (1540 – 1610), y se educó bajo influencias intelectuales holandesas. Fue profesor de Matemáticas e ingeniería militar en la Universidad de Leyden. Se hizo famoso porque calculó el valor de π con 35 cifras. Hasta se ha llegado a llamar π con el nombre de número de Ludolph (Ludolphische Zahl).

Adriaen van Roomen (Adriano Romano) 1561-1615 fue Profesor de Matemáticas y también de Medicina en Louvain (Lovaina), donde publicó una obra de Geometría, con el valor de π aproximado hasta la 17ª cifra decimal. Éste fue el matemático belga que desafió a sus contemporaneos con la ecuación de 45° grado:

$$y^{45}-45y^{43}+945y^{41}-\dots+95634y^{5}-3795y^{3}+45y=C$$

y que Viéte resolvió inmediatamente. Cuando Romanus supo cómo resolvió Viète el problema, partió a París para conocer a tan gran Maestro. Problema de Apolonio.

Adriaen Metius y su padre (Adriaen Anthoniszoom) encontraron otro valor de π, expresado con un quebrado relativamente simple $\frac{355}{113}$ aproximado, sin embargo, hasta los millonésimos.

No supieron que este valor ya era conocido por los chinos, desde hacía algunos siglos.

Simon Stevin (1548–1620) hizo trabajos muy importantes en varias regiones de la Ciencia.

La sistematización del empleo de las fracciones decimales (no su invención) es obra de Stevin. El cálculo con estas fracciones lo expuso en su ~~libro~~ opúsculo de 1585 que apareció en flamenco (La Thiende) y en francés (La Disme). A la derecha de los décimos pone dentro de un círculo la

cifra 1; a la derecha de los centésimos, en un círculo, la cifra dos; etc. A la derecha de la parte entera, un cero.
El primer ejemplo que pone es

3①7②5③9④ : 3 primos, 7 segundos, 3 terceros, 9 cuartos, es decir

$$\frac{3}{10}, \frac{7}{100}, \frac{5}{1000}, \frac{9}{10\,000}$$

que en total vale $\frac{3759}{10\,000}$.

Segundo ejemplo.

8⓪9①3②7③ que vale $8\frac{9}{10}, \frac{3}{100}, \frac{7}{1000}$,

o bien $8\,\frac{937}{1000}$.

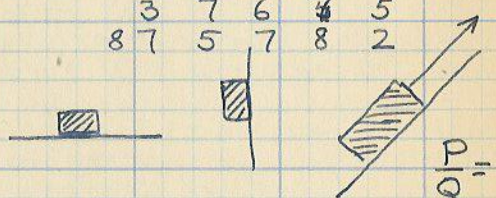
Primera operación. Dados los tres números decimales

27⓪8①4②7③, 37⓪6①7②5③, 875⓪7①8②2③

calcúlese la suma

		⓪	①	②	③
	2	7	8	4	7
	3	7	6	7	5
8	7	5	7	8	2

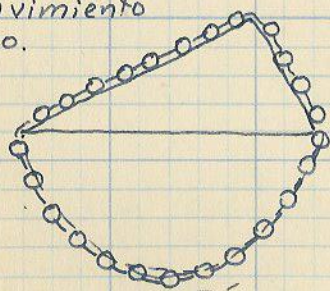
941⓪3①0②4③

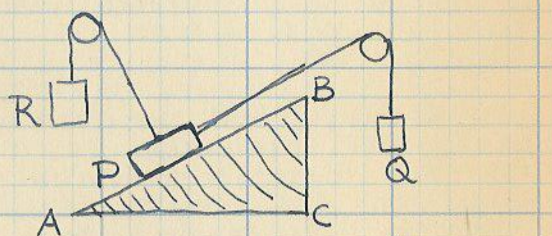


$$\frac{P}{Q} = \frac{AB}{BC}$$

El plano inclinado

y el movimiento perpetuo.





En su Aritmética trata muchos problemas de Álgebra. Sus notaciones son más ventajosa que la de Viète; pero estuvo muy lejos de tratar problemas tan vastos como éste

Stevin: 3② + 4 egales à 2① + 3 $\quad 3x^2 + 4 = 2x + 3$

Copérnico (Niklas Koppernigk) 1473-1543

Lección 69ª.   Martes 25 de octubre

En los siglos XV, XVI y primera mitad del XVII la nación que más influencia tuvo en los progresos de la Astronomía fue Alemania.

Puerbach, Regiomontanus, Copérnico, Clavius, Kepler

Nicolás Copérnico (1473-1543) nació en Thorn (Prusia) sobre el Vístula, hijo de familia polaca. Su padre era nativo de Cracovia.

Hizo algunos estudios en Cracovia, y enardecido por la fama de Regiomontanus, marchó a Italia donde esperaba encontrar más huellas vivientes de ese maestro. Hizo observaciones astronomicas primero en Bologna y despues en Roma donde obtuvo una cátedra. En 1505 salió de Italia y en Polonia un tío suyo, obispo de Frauenburg, para fijarlo en su país lo hizo canónigo de su catedral, y allí quedó por toda su vida.

Apenas comenzó a gozar la tranquilidad de su nueva situación, y ya se entregaba con entusiasmo a sus reflexiones sobre el sistema del Mundo. Encontró el sistema de la antigüedad (Ptolomeo) deficientísimo: la Tierra como centro inmóvil del Universo, provocaba enormes dificultades en la descripción de los fenómenos celestes.

La poquísima simetría y orden que reinaba en el sistema de Ptolomeo, lo inconcebible del funcionamiento de tan inmensa máquina que giraba una revolución completa en 24 horas, la complicación y proligidad de detalles expresamente amontonados para amoldarse a las apariencias observadas, lo persuadieron de que todavía faltaba muchísimo para penetrar el ~~en~~ enigma de la Naturaleza.

Investigó en las obras antiguas para buscar alguna idea más razonable. En Plutarco encontró que el pitagórico Filolao, violando el hermetismo de la Escuela (respetado severamente hasta por Damo, siendo mujer), públicamente dio a conocer uno de los dogmas secretos de la secta: el Sol es el centro del Universo, en torno del cual gira la Tierra. Según Plutarco, otros pitagóricos enseñaban que la Tierra giraba en torno de su propio eje en 24 h. y negaban a los demás astros el movimiento diurno, que aparentemente poseen.

Principalmente fue esta última idea, por su sencillez, la que desde luego lo subyugó: desaparecía la necesidad de hacer girar el Universo en torno de la Tierra. Aun encontró que algunos autores antiguos hacían moverse a Venus y a Mercurio al rededor del Sol, lo que para Copérnico fue en rayo de luz, porque comprobó que las consecuencias de esta hipótesis ~~se~~ concuerdan admirablemente con los hechos.

Copérnico había observado cómo aparecían mucho más brillantes Marte, Júpiter y Saturno en sus oposiciones que ~~el~~ en el resto de su carrera, lo que hacía sospechar que estos astros no tenían como centro de su movimiento la Tierra, y no quedaba más partido que hacerlos girar al rededor del Sol, y se convenció que las variaciones notables de la magnitud aparente de esos planetas era una consecuencia necesaria de aquella hipótesis.

A todo esto agregó la idea de Filolao: el Sol está inmóvil, ~~y el~~ en el centro del Universo. Copérnico examinó con gran penetración la posibilidad de que el Sol hiciera una revolución anual en torno de la Tierra inmovil, arrastrando a los cinco planetas que girarían al rededor de aquel, y encontró que este mecanismo explica tan bien como el otro las apariencias observadas, pero lo juzgó poco armonioso y menos sencillo, que el del Sol inmóvil.

La Luna, dejó su situación privilegiada de planeta principal, para convertirse en simple acompañante de la Tierra, a la cual sigue servilmente en sus revoluciones anuales.

No se conformo con el acuerdo entre su concepción y la marcha general de los planetas y del Sol: trató de comprobarlo en detalle mediante observaciones pacientísimas que prolongó durante años y años.

Ya en 1530 tenía totalmente elaborado su sistema, y perfectamente ordenados los resultados de muchísimas observaciones astronómicas, que confirmaban aquella concepción, pero nada publicó hasta 1543, después de que el Cardenal Schoenberg lo exhortó enérgicamente para no ocultar más el tesoro que había descubierto. (Réticus, astrónomo alemán, atraído por la fama de Copernico antes de que este publicara su descubrimiento, fue a Polonia a ofrecerle sus servicios, para ayudarlo en la publicación de su Obra).

Revolutionibus Celestibus (1543) en seis libros donde el grande hombre funda, según su hipótesis, un cuerpo de doctrina astronomica, completo, como lo fue el de Ptolomeo asentado sobre la hipótesis antigua.

Copérnico publicó sus trabajos con excesiva timidez, y no tuvo la audacia de proponer su sistema como una verdad física incontestable, sino como una hipótesis con la cual se representaban muy fácilmente los movimientos celestes. Así lo declara en su prefacio dirigido a Pablo III:

"Los Astrónomos, aunque persuadidos de que en el "cielo no existe ninguno de los círculos que ellos han "imaginado, no dejan de emplear hipótesis ~~sob~~ fundadas sobre los círculos y las esferas, tan contrarios "a la Naturaleza. ¿Por qué, entonces, no ha de serme "concedido el derecho de suponer móvil la Tierra, "e inmóvil el Sol, si de esto resulta un cálculo más "sencillo de todos los fenómenos."

Pocos días después de que recibió de Nuremberg, el famoso centro de impresores, el primer ejemplar de su libro, falleció a los ~~70~~ 71 años.

En 1542 había publicado un pequeño tratado, de Trigonometría Esferica, su único libro de Matemáticas, en que expone algunos progresos que logró, y que fueron esenciales para sus grandes trabajos astronómicos

Lección 70ª   Jueves 27 de octubre

Pedro Nunes (Nonius, Núnez) 1502-1578.

Fue el único matemático portugués que adquirió gran reputación en el siglo XVI.
Estudió en la Universidad de Lisboa.
Profesor de Matemáticas 1544-1562 en la Universidad de Coimbra.
Escribió: "Libro de Álgebra, ~~Geometría~~ Aritmética y Geometría" 1564. Estaba bien enterado de los progresos alcanzados por los algebristas italianos: expone las ecuaciones de tercero y cuarto grados

Su fama la debió a los libros de astronomía que escribió:
Tratado da Esphera com a Theorica do Sol e da Lua.
Tratado sobre certas duvidas da Navegação.

Inventó el "nonnius."

Resolvió el problema del crepúsculo mínimo

Descubrió la loxodromia

Pedro Ciruelo 1470-1560 aragonés.

Profesor de Teología y Filosofía en Alcalá
Publicó una aritmetica (París, 1495), y reeditó obras antiguas de Bradwardine (1495) y de Sacrobosco (1498).

Juan de Ortega (<1512 - >1567) Escribió Suma Aritmética y Geometría pratica vtilísima.
La Aritmética es exclusivamente comercial, y la Geometría es un tratado de mediciones

Lección 71ª   Martes 1 de noviembre.

Ciruelo, precisamente contemporáneo de Oroncio Fino cuando éste brillaba en Paris, era un representante de los matemáticos de la antigua escuela: sus ideas y conocimientos no acusaban progreso alguno con relación a los siglos XIII y XIV. Ni siquiera parece haber recibido influencia de Leonardo de Pisa. Sus obras las publicó en latín.

La Aritmetica de Juan de Ortega, publicada en 1512 simultáneamenten en Barcelona y en Lyon adquirió gran popu laridad. Fue reimpresa en Roma, Messina, Sevilla, París y Granada. Es puramente comercial e incluye las reglas usuales de cálculo con las aplicaciones más comunes y corrientes de la época.

La Geometría pratica vtilíssima consiste sólo en unas cuantas reglas para medir y calcular áreas y volúmenes.

Gaspar Lax encontró más estimulante la vida de París para el estudio que la de su país (nació en Sariñena, 1487 - 1560). Su libro más notable es Aritmetica demostrada, en doce libros, que es un tratado muy prolijo de aritmética teórica basado directamente en Boecio.

Juan Pérez de Moya (1560), de Sierra Morena, escribió una Aritmética interesante porque además de las principales aplicaciones de la Aritmética, exposición del Álgebra y Geometría practica, contiene buena cantidad de material histórico de suficiente importancia.

Da una lista de valores racionales más y más aproximados a las raíces cuadradas de los números enteros. No explica la procedencia, pero como es imposible atribuírlos a la casualidad, tales aproximaciones acusan conocimientos profundos en las propiedades de los números que hasta entonces solamente en la India se habían alcanzado.

¡Cómo la obra de Nicomaco, aquel griego de la Transjordania, que en el siglo I de la era cristiana, escribió una aritmética sólo mediana, repercutió al través de Boecio y de los matemáticos españoles del Siglo XVI, hasta el Siglo XX! Rey Pastor.

Con la expedición de Hernán Cortés en 1518 vino un clérigo joven llamado Juan Diez. No se sabe qué aventuras tuvo en muchos años; pero en 1556 publicó en México un libro con el título

Sumario Cõpẽdioſo de las quẽtas de plata y oro q̃ en los reynos del Piru son neceſſarias a los mercaderes y todo genero de tratantes. Cõ algunas reglas tocantes al Arithmetica.

Fecho por Juan Diez freyle.

(La imprenta en México se estableció en 1536, bajo el virrey don Antonio de Mendoza.)

Contiene el Sumario muchas tablas numéricas con precios de compra de plata con diferentes ligas en tántos por ciento, precios de compra del oro, ensayes, y negocios monetarios de varias clases.

A la Aritmética propiamente dicha dedica dieciocho páginas y al Álgebra, seis. Enseña la reducción de maravedis a pesos, de ducados a coronas, y cosas por el estilo. Pero en medio de todo esto expone problemas sobre teoría de los números y reglas semejantes a las que dieron en sus obras Leonardo de Pisa y ~~Fibonacci~~ Diofanto:

"Se pide un número que aumentado en 15 dé un "cuadrado y disminuido en 4 dé otro cuadrado" Regla: súmense 15 y 4, a 19 agréguese y quítese uno; las mitades de 20 y 18 son 10 y 9, cuyos cuadrados 100 y 81, son los que responden al probema. El número pedido es 85.

Su tabla de números <u>congruos</u> y <u>congruentes</u>:

<u>Congruo</u> es un entero cuadrado perfecto que equidista de dos cuadrados perfectos; <u>congruente</u> es el número que se agrega y quita al primero, para obtener los otros dos

Congruos	Congruentes
25	24
100	96
169	120
225	216
289	240
400	384

"Obténgase un cuadrado, del cual si se resta $15\frac{3}{4}$, se obtie-"ne su propia raíz"

Sea el número <u>la cosa</u>. El cuadrado de la mitad de <u>cosa</u> es igual a $\frac{1}{4}$ del cuadrado de cosa. Agregando $\frac{1}{4}$ a $15\frac{3}{4}$ resulta 16, cuya raíz es 4, y éste más $\frac{1}{2}$ es la raíz del número pedido.

Temas: Ramos Galvan (La India)
Villela (Los Arabes)

El Siglo XVII.

1a Lección. Martes 14 de febrero de 1933.

El siglo más extraordinario para las Matemáticas fué el Siglo XVII. Los dos siglos precedentes — el XV y el XVI: ~~los~~ siglos de Luca Pacioli, de Peurbach y Regiomontanus, y el siglo de Tartaglia, de Cardano, de Viète de Stevin y de Copérnico — fueron épocas de incesantes progresos matemáticos, no fueron siglos casi muertos para la Ciencia, como el XIV; ésta se desarrolló en los siglos del Renacimiento con notable vigor; pero quedaron totalmente eclipsados por los brillantes descubrimientos del siglo XVII. Siglo III A.J. Arquímedes Apolonio ↪ e invenciones

Si, comparándolo con los siguientes, se quiere caracterizar a cada uno con una palabra, diré

Siglo XVII: Creación; Siglo XVIII: desarrollo; Siglo XIX: fundamentos.

Si hasta nuestros días ningún siglo ha superado al XIX en la tarea de fijar las bases del rigor matemático en todas las ramas — Geometría, Análisis infinitesimal, Aritmética —; si el desarrollo alcanzado en la centuria ~~precedente~~ anterior es, en verdad, imponente; la creación, la invención original, y no la de pequeños capítulos y de regiones ~~muy~~ muy circunscritas, sino la de ~~ramas importantísimas~~ vastísimos territorios, nunca deslumbró ~~tanto~~ a los amantes de la Ciencia como en el Siglo XVII.

La invención ingeniosa, utilísima en la práctica, y muy fecunda en la teoría, que debemos a Neper, — la de los Logaritmos —; los progresos del análisis algebraico y resolución de las ecuaciones logrados mediante descubrimientos notables de Harriot, Descartes y Newton; una nueva Geometría, ~~la "Geometría sublime"~~ que brotó de las manos de Cavalieri, y que vigorizándose prodigiosamente con Newton y Leibniz el Cálculo infinitesimal: la Geometría llevada a lo sublime; la invención genial de Descartes — la Geometría analítica — que ha tenido una influencia decisiva en todas las ramas de las Matemáticas; las bases modernas de la teoría de los números puestas por Fermat; el nacimiento del Cálculo de las Probabilidades; la creación total de la dinámica por Galileo, Huygens y Newton; la Mecánica Celeste . . . . : forman un conjunto memorable de fecundísimas creaciones, ~~puntos de partida de progresos ulteriores~~, tan rico por su propio contenido como por sus consecuencias, que no es posible señalar algo semejante en las centurias siguientes.

Las fracciones decimales. — Aunque inventadas en el siglo XVI, no se había difundido su empleo en el 1600. Stevin representaba el numero 37.875 así

37 ⓪ 8 ① 7 ② 5 ③

desde 1585, en su opúsculo La Disme → La Dîme. Aunque el mecanismo de las operaciones lo ~~señaló~~ expuso Stevin con sorprendente exactitud, a su notación le faltaba sencillez.

Justo Bürgi (en 1592) escribía 141 4 en vez de 141.4: lo que constituye un progreso innegable sobre Stevin. En vez del radio igual a 10 000 000, el seno máximo (sinus totus), lo tomaba igual a uno.

Pitiscus (en 1612) con el radio = 100 000, pone sen 10″ = 4.85 (con punto), y a veces pone varios puntos

sen 89° 59′ 30″ = 99 999. 99 894. 23 En su trigonometría

2a lección — Jueves 16 de febrero

emplea la raya vertical para separar la parte entera de la fraccion decimal. En la edición de 1600 usa lo mismo el punto que la raya para ese y otros propositos; como para separar ~~decimales~~ sexagesimales, y para separar períodos en grandes números.

Neper en su Mirifici Logaritmorum Canonis Constructio (1619) usa sistemáticamente el punto decimal.
Kepler en 1616 separa la parte decimal con una coma o envolviéndola entre paréntesis.

Los logaritmos influyeron más que ningún otro elemento, en favor del empleo de las fracciones decimales. Sin embargo, en la edición del Mirifici hecha en Leyde (1626) se retrocede a la notación de Stevin y escribe el editor

1993, ⓪ 2, ① 7, ② 3

Schooten ~~(16~~ (1657) escribe 17579625..... ③ en vez de 17 579. 625.

Los signos + y —. Ya estaban en uso a fines del Siglo XVI, y no solo para operaciones se empleaba el — sino para resultados

Stiefel (1545) Sumar $\begin{cases} +7 \\ +11 \end{cases}$ Sumar $\begin{cases} -18 \\ -6 \end{cases}$

El signo = ya lo había introducido ~~Reda~~ Recorde en el Whetstone of witte (El Mollejón del ingenio) pero se difundió con lentitud.

<u>Bombelli</u> en 1572: $\overset{6}{1}$. p. $\overset{3}{8}$. Eguale a 20: $x^6+8x^3=20$

<u>Stevin</u> (1585) 3② + 4 egales à 2① + 4: $3x^2+4=2x+4$

<u>Viète</u> (1590) 1QC = 15QQ + 85C = 225Q + 274N aequatur 120:
$$x^5-15x^4+85x^3-225x^2+274x=120$$

<u>Girard</u> (1629): 1(4) + 35(2) + 24 = 10(3) + 50:
$$x^4+35x^2+24=10x^3+50x$$

$\boxed{\text{14 febrero}}$

Inscritos: Echarri, José Ma.
López de Llergo, Rita
López de Llergo, Sara.

<u>Girard</u> (1629) también 1④ + 35② + 24 = 10③ + 50

<u>Oughtred</u> (1631)
$$Z_c+\frac{1}{4}Z_q-\frac{1}{2}Z=A$$
$$x^3+\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x=a$$

<u>Harriot</u> (1631)
$$aaa-3\cdot bba = +2\cdot ccc$$
$$x^3-3b^2x=2c^3$$

Las ecuaciones de tercero y cuarto grado ya habían sido resueltas en el Siglo <u>XVI</u>. Cardano, las de tercero. <u>Tartaglia</u>. Ferrari, las de cuarto

<u>Viète</u> ya había expuesto la resolución de las ecuaciones de segundo y tercer grado, casi con idénticos recursos

$$x^2+px+q=0 \qquad x=a+z$$
$$z^2+2az+a^2+pz+pa+q=0$$
$$z^2+(2a+p)z=-a^2-pa-q \qquad a=-\frac{p}{2}$$
$$z^2=-\frac{p^2}{4}+\frac{p^2}{2}-q=$$

Ya los algebristas italianos habían supuesto que toda ecuación de tercer grado tiene una raíz.

A fines del Siglo XVI se hacen alusiones más o menos claras a la existencia de tres raíces en toda ecuación de tercer grado, y de cuatro en una bicuadrática.

Peter Roth (1608) Arithmetica Philosophica, dice que
Nürnberg
una ecuación de grado n tiene n raíces y no más.

Albert Girard (1629) Invention nouvelle el l'Algèbre
Amsterdan

Toutes les équations d'Algèbre resoivent autant de solutions, que la denomination de la plus haute quantité le domonstre.

Geometría.— El axioma de las paralelas (Postulado de Euclides) ha sido objeto de pretendidas demostraciones Pero antes del Siglo XVIII ningún intento de razonar en contra del Postulado se había hecho.

16 febrero

Domínguez Díaz, Eustaquio (14)
Martínez Barragán, Benito (f)
Schulz, Guillermo Enrique (f) ✓
Olguín, Mariano (f)
Bustamante, María (f)
Sánchez, Salvador (f)

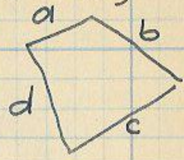
21 febrero

Anfossi, Agustín (14)

3a lección Martes 21 de febrero.

Dingonales de un cuadrilátero circunscrito, m y n:

$$mn = ac + bd$$ {Hiparco, Ptolomeo}



~~$M = ac + bd$ $P = ab + cd$ $N = ad + bc$~~

$$m = \sqrt{M}$$

$M = ab + cd$ $N = ad + bc$ $P = ac + bd$

$m = \sqrt{\dfrac{MP}{N}}$ $n = \sqrt{\dfrac{NP}{M}}$ {Brahamagupta y Mahavira}

que erróneamente lo aplicaban a cualquier cuadrilátero

$m = \sqrt{(ac + bd)\dfrac{ab + cd}{ad + bc}}$ $n = \sqrt{(ac + bd)\dfrac{ad + bc}{ab + cd}}$ (Snell) Snelius (1619)

Calculo de π.

Adriaen van Roomen (1561-615) π con 17 decimales

Ludolph van Ceulen (1540-1610) π con 35 decimales

Adriaan Anthoniszoon (1600) y su hijo Adriaen Metius $\pi = \dfrac{355}{113}$

Trigonometría. Viete (1580) $\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{\tan \frac{1}{2}(A+B)}{\tan \frac{1}{2}(A-B)}$

Logaritmos: números de razón o de relación.
números artificiales

Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio (Edinburgo, 1614)

Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio (1619)

Briggs (1624) logaritmos decimales: palabra mantisa

" sugirio la palabra "característica" que ~~po~~ usó Vlacq en sus tablas de 1628

Neper (Napier): Merchiston, 1550; ~~Edinburgh~~, 1617

En la concepción de Neper ningún papel tenían los exponentes. Éstos no se utilizaban. No fue sino hasta Euler cuando los logaritmos fueron considerados como exponentes de la base.

Tampoco la base tiene ningún papel en la invención de Neper. Así comienza el texto de la obra de Neper

Construcción de la Maravillosa Tabla de los Logaritmos (que en lo que sigue es llamada Tabla de los Números artificiales), y sus relaciones a los números naturales correspondientes.

Postulado Primero.

La Tabla Artificial es una pequeñísima Tabla, por medio de la cual con un cálculo facilísimo se tiene conocimiento de todas las dimensiones geométricas y de los movimientos sublimes.

Se la llama, con razón, pequeñísima, porque no excede en tamaño a la tabla de senos; facilísima, porque por ella se evitan todas las multiplicaciones, divisiones y las pesadas extracciones de raíces, pues se miden, en general, todas las figuras y los movimientos, con muy pocas y fáciles adiciones, substracciones y biparticiones.

Se forma de números que varían en proporción continua.

3. 1 .... Poniendo por ejemplo en lugar de 100 000, número por el cual los más <u>rudos</u> designan el seno máximo, el numero 10 000 000 que es el que toman los más <u>eruditos</u>, se expresa mejor la distinción de todos los senos.

16.
Primera tabla

10 000 000.000 0000
1.000 0000
9 999 999.000 0000
.999 9999
9 999 998.000 0001
.999 9998 cien números
9 999 997.000 0003
.999 9997
9 999 996.000 0006

Segunda Tabla

10 000 000.000 0000
100.000 000

9 999 900.000 000
99.999 000

9 999 800.001 000
99 998 000

9 999 700.003 000
99.997

9 999 600.006 000
99.996

9 999 500.010 000
99.995

9 999 400.015 000
99.994

9999 300.021 000
99 993

9999 200.028 000
99 992

9999 100.036 000

9999 000.045 000
99.990 000

9 998 900.055 000
99 989 001

9998 800.065 999
99.988 001

9998 700.077 998
99.987 001

9998 600.090 997
99 986 001

9998 500.104 996
99 985 001

9998 400.119 995
.... hasta el

9995 001.222 927 ← equivocado: debe ser .224 804

Primera Columna de la Tercera Tabla.

10 000 000.000 00
5 000.000 00

9 995 000.000 00
4 997.500 00

9 990 002.500 00
4 995.001 25

9 985 007.498 75
4 992.503 75

9 980 014.995 00
etc. hasta

9 900 473.578 08

Segunda Columna de la Tercera Tabla

9 900 000.0000
4 950.0000

9 895 050.000 0
4 947.525 0

9 890 102.475 0
4 945.051 2

9 885 157.423 2
. . . .

Tercera Columna

9801 000.0000
9796 099.5000
9791 201.4503
9786 305.8945
. . . .
9703 454.1539
etc, hasta la
69ª columna

5048 858.8900
5046 334.4605
5043 811.2932
5041 289.3879
5038 768.7435
. . . .
4998 609.4034

9 990 000.0000
99

9 801 000.0000
98 01

9702 990.
97 029.9

9605 960.1
96 059.601

9509 900.499

21. Por lo tanto en la tercera tabla, entre el seno total y la mitad del seno total, tienes interpolados sesenta y ocho números, en la relación de 100 a 99; además, entre cada dos de ellos, veinte números en la relación de 10000 a 9995; también entre los dos primeros de estos, tienes en la tabla segunda interpolados 50 números en la relación de 100 000 a 99999, y finalmente, entre los dos primeros de estos tienes en la primera tabla cien números interpolados en la relación de 10 000 000 seno total a

9 999 999, cuya diferencia, siendo únicamente la unidad, no hay

necesidad de dividir más, interpolando medios. De aquí, que estas tablas (una vez acabadas), bastarán para calcular la tabla artificial.

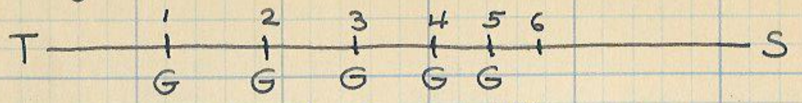
5ª lección Jueves 2 de marzo.

La segunda tabla de Neper.

Las 69 columnas de la tercera tabla de Neper

6ª lección Martes 7 de marzo.

24. Decrecer geométricamente es que se disminuya en tiempos iguales siempre en la misma parte proporcional, en primer lugar toda la cantidad, y, después, su parte restante.



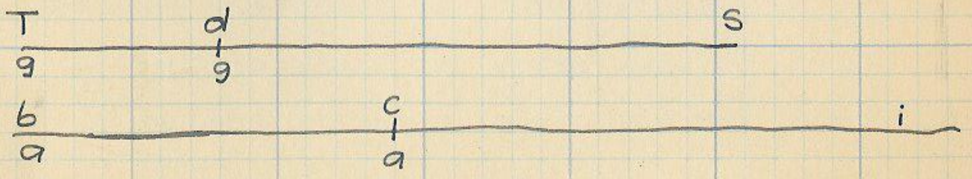
Como si siendo la línea TS <u>todo el seno</u>, y en ella se moviese el punto G de T hacia S, y por el tiempo que es llevado de T a 1, que sea (por ejemplo) la décima parte de TS se mueva el mismo G de 1 a 2, que sea la décima parte de 1S, y de 2 a 3, que sea la décima parte de 2S, y de 3 a 4, que sea la décima parte de 3S, y así de los demás. Digo que se dice que estos senos TS, 1S, 2S, 3S, 4S, etc. decrecen geométricamente, porque están disminuídos de espacios desiguales, pero semejantes en la relación, e iguales en cuanto al tiempo.

Sean en números TS, 10 000 000; 1S, 9 000 000; 2S, 8 100 000; 3S, 7 290 000; 4S, 6 561 000; etc. Digo que se dice que decrecen geométricamente estos números disminuídos en la misma relación en tiempos iguales.

25. De aquí resulta que un punto móvil que geométricamente se acerca a un punto fijo, tiene velocidades proporcionales a sus distancias al punto fijo.

. . . .

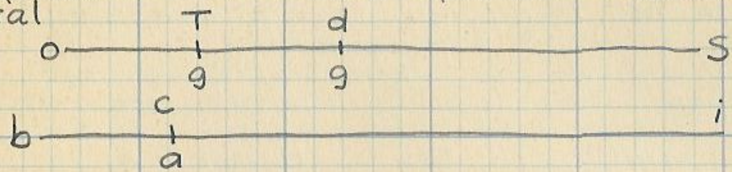
26. El número artificial de un seno dado es aquel que aritméticamente ha crecido siempre con tanta velocidad cuanta es aquella con la cual empieza a decrecer geométricamente el <u>seno total</u>, y en tanto tiempo cuanto el seno total decreció hasta aquel seno dado.



bc: número artificial del seno dado dS

27. De aquí resulta que no hay número artificial del seno total. . .
el número artificial del seno total será cero.

28. De aquí se deduce también que el número artificial de cualquier seno dado es mayor que la diferencia que hay entre el seno total y el seno dado, pero menor que la diferencia que hay entre el seno total y una cantidad mayor que él en la relación del seno total al seno dado. Y estas diferencias se llaman por eso <u>límites</u> del artificial



$$SO : ST = TS : dS \qquad oT > bc > Td$$

oT: límite mayor del artificial bc
TD: límite menor del artificial

límite mayor: o

límite menor: ~~dS = TS.~~ $Td = TS - Sd$

límite mayor: $OT = \frac{ST}{Sd} \cdot Td = \frac{ST}{Sd}(TS - Sd)$

1.000 000 1 > art 9 999 999 > 1.000 0000

Se toma como número artificial del seno 9 999 999 a 1.000 000 0 o a 1. 000 000 1 o, mejor, a 1.000 000 05 que diferirá con error insensible del verdadero número artificial que está comprendido entre los dos límites.

art	10 000 000.000 000 0	= 0.000 000 00
art	9 999 999.000 0000	= 1.000 000 05
art	9 999 998.000 000 1	= 2.000 000 10
art	9 999 997.000 0003	= 3.000 000 15
art	9 999 900.000 4950	= 100.000 005 00

Los artificiales de senos que están en la misma relación, son equidiferentes

		100.000 005 00
		+ 495 00
art	9999 900.000 000 0	= 100.000 500 00
art	9999 800.001 000 0	= 200.001 0
art	9999 700.003 000	= 300.001 5
art	9999 600.006 000	= 400.002 0
. . . .		
art	9995 001.222 927	= 5000.025
art	9995 000.000 000	= 5001.248 538 7

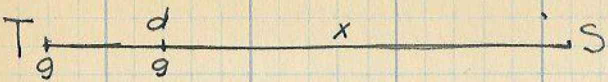
Tabla Radical

Columna Primera.		Columna Segunda	
Naturales	Artificiales	Naturales	Artificiales
10 000 000.0000	0.0	9900 000.0000	100 503.3
9995 000.0000	5001.2	9895 030.0000	105 504.6
9990 002.5000	10 002.5	9890 102.4750	110 505.8
9985 007.4987	15 003.7		
hasta			
9900 473.5780	100 025.0	9801 468.8423	200 528.2

Columna 69

Naturales	Artificiales
5048 858.8900	6 834 225.8
5046 333.4605	6 839 227.1
4998 609.4034	6 934 250.8

7ª lección   Jueves 9 de marzo



$Sd = x \qquad \frac{dx}{dt} = \qquad \frac{v}{v_0} = \frac{x}{r} \qquad ST = r$

$-\frac{dx}{dt} = \frac{v_0}{r}\cancel{d}x \qquad \int_r^x \frac{dx}{x} = -\int_0^t \frac{v_0}{r}\,dt \qquad \mathcal{L}x - \mathcal{L}r = -\frac{v_0}{r}t$

$-\frac{dx}{dt} = \frac{v_0}{10^7}x \qquad -\frac{dx}{x} = \frac{v_0}{10^7}dt \qquad -\int_{10^7}^{x}\frac{dx}{x} = \frac{v_0}{10^7}\int_0^t dt$

$-\mathcal{L}x + \mathcal{L}10^7 = \frac{v_0}{10^7}t \qquad t = \frac{10^7}{v_0}\mathcal{L}\frac{10^7}{x} \qquad v_0 t = 10^7\mathcal{L}\frac{10^7}{x}$

$\log nep\ x = v_0 t \qquad \boxed{\log nep\ x = 10^7\mathcal{L}\frac{10^7}{x}}$

$\log nep\ x = 10^7\mathcal{L}\frac{10^7}{x} \qquad \mathcal{L}\frac{10^7}{x} = \frac{\log nep\ x}{10^7};\ \mathcal{L}x' = \frac{\log nep\frac{10^7}{x'}}{10^7}$

$\log nep\ y = 10^7\mathcal{L}\frac{10^7}{y}$

$\log nep\ x + \log nep\ y = 10^7\mathcal{L}\frac{10^{14}}{xy} = 10^7\mathcal{L}\frac{10^7}{xy:10^7} = \log nep\ \frac{xy}{10^7}$

$\log nep\ x = 10^7\mathcal{L}\frac{10^7}{x}$

$\log nep\ y = 10^7\mathcal{L}\frac{10^7}{y}$

$\log nep\ x - \log nep\ y = 10^7\mathcal{L}\frac{y}{x} = 10^7\mathcal{L}\frac{1}{x:y} = 10^7\mathcal{L}\frac{10^7}{10^7 x:y}$

$\log nep\ x - \log nep\ y = \log nep\ 10^7\frac{x}{y}$

$\log nep\ \frac{xy}{10^7} = \log nep\ x + \log nep\ y$

$\log nep\ 10^7\frac{x}{y} = \log nep\ x - \log nep\ y$

$\log nep\ \frac{x^2}{10^7} = 2\log nep\ x \qquad \log nep\frac{y}{10^7} = 2\log nep\sqrt{y}$

$\log nep\ 10^6 = 10^7\mathcal{L}10 \qquad \log nep\sqrt{y} = \frac{1}{2}\log nep\frac{y}{10^7}$

$= 23025842.34$

Briggs (1560-163)

Briggs visitó a Neper en 1616 (~~dos~~año después de publicado ~~la~~ Descriptio) para proponerle otros logaritmos

$$\log \text{Briggs } x = 10^{10} \log_{10} \frac{10^{10}}{x}$$

$$\log \text{Briggs } 10^{0} = 0$$

$$\log \text{Briggs } 10^{9} = 10^{10} = \log \text{Briggs } 5°44'22''$$

logaritmos elecrecientes

Neper, ya había pensado en logaritmos adecuados al sistema decimal y sugirió a ~~nepe~~ Briggs logaritmos crecientes

$\log \text{nep}'_{10}$

$$\log \text{NEP } 1 = 0$$

$$\log \text{NEP } 10 = 1000\ 000\ 000$$

$$\log \text{NEP } 100 = 2000\ 000\ 000$$

$$\log \text{NEP } x = 10^{9} \log_{10} X$$

$\frac{10^{7}\,y}{x\ 10^{7}}$

→ 8ª lección Martes 14 de marzo $\log \text{NEP } 10^{10} = 10\ 000\ 000\ 000$ ←

En 1624, publicó Briggs su Arithmetica Logarithmica con los logaritmos (catorce cifras) de los números de 1 a 20.000 y de 90 000 a 100 000. El hueco entre 20 000 y 90 000 fue llenado por Adrian Vlacq ~~de~~ (Holanda) quien publicó en 1628 una tabla completa de logaritmos de 1 a 100 000, de los cuales él mismo calculó 70 000.

Gunter (colega de Briggs) publicó en 1620 una tabla ~~en que empleaba exactamente la base~~ de logaritmos decimales de las funciones trigonométricas con 7 cifras. Él inventó las palabras coseno y cotangente.

John Speidell publicó en Londres 1619 las primeras tablas de logaritmos naturales (de bae e) multiplicados por 100 000:

$$\log \text{Speidell } x = 10^{5}\, \mathcal{L} \frac{x}{10^{5}} + 1000\ 000$$

$$\log \text{Speidel } 10\ 000 = 1000\ 000$$

Justus Bürgi publicó en 1620 sus tablas concebidas con la idea de las potencias

$$\log 1.0001 = 10$$

$$\log (1.1000 1)^{2} = \log 1.0002\ 0001 = 20$$

Bürgi, 1552-1632.
Suizo
(Relojero.)

Su ~~tabla~~ es de antilogaritmos.

La Tabla de Bürgi

	0	500	1000	1500
0	1000 000 00	1005 012 27	1010 049 66	1015 112 30
10	.... 100 00	112 77	150 67	213 81
20	200 01	213 28	251 68	315 34
	3			
30	300 03	313 80	352 71	416 87

Las Ecuaciones Algebraicas.

Los Primeros progresos en el estudio de las Ecuaciones algebraicas, en el siglo XVII se deben a Alberto Girard.

Alberto Girard (1581-1626) de Leyde. Escribió sobre Trigonometría, fortificaciones y Geometría práctica, pero su obra más notable es "Invention nouvelle en l'Algèbre" (Amsterdan, 1929). Fue el primero en apreciar la significación que tienen las magnitudes negativas en la Geometría. Tuvo buen éxito en manejar los números imaginarios en la Teoría de las Ecuaciones

Expresó claramente la idea de que una ecuación de grado n^{esimo} tiene n raíces, y ~~enseñ~~ enseñó a calcular por medio de los coeficientes de una ecuación, la suma de los cuadrados de las raíces, la suma de los cubos, y la de las cuartas potencias

Notación de Girard: $1(4)+35(2)+24=10(3)+50(1)$

$$x^4+35x^2+24=10x^3+50x$$

9ª lección. Jueves 16 de marzo de 1933.

Thomas Harriot (1560-1621) de Oxford. Precedió en sus investigaciones indudablemente á Girard, pero su gran obra de Algebra no fue publicada sino hasta 1631.

En su juventud trabajó en el levantamiento del mapa de Virginia y Carolina del Norte. Regresó a Inglaterra en ~~1587~~ 1587. Fue Astrónomo eminente, y como matemático fue el [illegible] estuvo siempre en correspondencia con Kepler, descubrió las manchas del Sol, y los ingleses le atribuyen la observación de los satélites de Jupiter independientemente de Galileo y al mismo tiempo.

.... E .... Æquationes Algebraicas nova ... Methodo Resolvendas ... Londres, 1631.

→ segundo miembro nulo.

Por primera vez aparece de manera enteramente general la formación de una ecuación con raíces dadas; tambien, las relaciones de las raíces con los coeficientes; la

acompañó la primera expedición inglesa a Virginia transformación de las ecuaciones en otras ecuaciones cuyas raíces están ligadas con las de las propuestas por relaciones simples; y la resolución de ecuaciones numéricas.

Notación de Harriot: $aaa - 3 \cdot bba \;=\!=\!= +2 \cdot ccc$

$$x^3 - 3b^2x = 2c^3$$

La ley sobre el número de raíces reales y los signos de los coeficiente fue vislumbrada por Cardano, y bien establecida por Harriot y Descartes:

No puede haber más raíces positivas que cambios de signo; no puede haber más negativas que permanencias

Falló en lo que hace a raíces negativas: no las reconoció sistemáticamente, ni tampoco las imaginarias

Los datos los representaba con números y consonantes; las incógnitas con vocales minúsculas.

William Oughtred. (1574-1660) También él escribía su nombre Owtred, Outred.

Fue uno de los grandes escritores que tuvieron influencia en las matemáticas inglesas de la primera mitad del siglo XVII.

Lo mismo que ~~Oughtred~~ Harriot, él tampoco fue profesor, pero superó a muchísimos profesores de su época.

El libro más conocido de Oughtred es la Clavis Matematicae (~~1628~~) publicada en 1631. Los números negativos los usa sistemáticamente. Introdujo el signo X

La regla de cálculo, o regla logarítmica fue inventada por Oughtred, independientemente de Delamain, y difiere de la de Gunter en que la de éste ~~no~~ tenía reglilla.

Notaciones algebraicas de Oughthred:

$$\tfrac{1}{2}Z \pm \sqrt{q} : \tfrac{1}{4}Z_q - AE = A \qquad Z_c - AZ_q + BZ = C$$

$$\tfrac{1}{2}Z + \sqrt{\tfrac{1}{4}Z^2 - AE} = A \qquad z^3 - Az^2 + Bz = C$$

10ª lección Martes 21 de marzo de 1933.

Paul Guldin (1577-1643)

Johannes Kepler (1571 – 1630)

Bonaventura Cavalieri (1598 – 1647)

Evangelista Torricelli (1608 – 1647)

Una serie de descubrimientos geométricos que aparecieron desde el primer cuarto del Siglo XVII, vino a cambiar poco a poco el punto de vista de los matemáticos, que cada vez más se interesaron por los problemas con los límites y con el infinito.

Dice D. E. Smith: ...dos matemáticos suizos del siglo XVII merecen mención — uno, genial; el otro, plagiario. El genio fue Jobst Bürgi, relojero, que casi ha sido olvidado; el plagiario fue Paul Guldin, profesor, cuyo nombre ha sido citado con frecuencia durante tres siglos. (Se llamaba Habakuk, pero al apostatar del Protestantismo se cambió el nombre, para meterse de jesuíta). Escribió sobre física y Matemáticas, pero él es principalmente conocido por un teorema que plagió de las obras de Pappus, a las cuales tuvo acceso.

~~Cajori dice~~ Chasles dice que se trata de un redescubrimiento, ya que nadie había puesto atención en los teoremas de Pappus. Lo cierto es que Guldin nunca pudo demostrar esas proposiciones, y cuando lo intentó, sus contemporáneos, entre otros Cavalieri, tacharon con justicia de paradojas y contrasentidos sus pretendidas demostraciones" de su Centrobaryca.

"Toda figura formada por la rotación de una línea "o de una superficie al rededor de un eje inmóvil es "el producto de la cantidad generatriz por el camino "de su centro de gravedad."

Demostración: "La distancia del centro de gravedad al eje de rotación se mantendrá entre todas "las distancias de los diferentes puntos de la figura al eje; éste punto es único: por consiguiente, " si alguno debía gozar de la prerrogativa de suministrar el valor de la figura, tal tendría que " ser el centro de gravedad."

Las aplicaciones del teorema de Guldin son fáciles e interesantes, pero en su aislamiento esa proposición no sirvió directamente para agrandar el campo de la Geometría.

Kepler en su Nova Stereometria doliorum vinariorum.... (1615) sembró las semillas de la nueva Geometría, que poco después fructificarían en la obra de Cavalieri.

Aunque el celebre Kepler sólo accesoriamente se haya entregado al cultivo de la Geometría, razón por la cual no hizo en esta Ciencia descubrimientos notables, no puede negarse uno a reconocer algunos destellos de su genio extraordinario, que tanto brilló en sus obras astronómicas

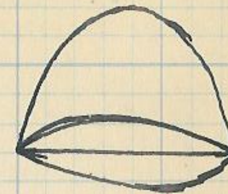
Fue el primero que se atrevió a introducir en el lenguaje ordinario el nombre y la idea del infinito, que antes solo usaban ~~tos~~ en la Filosofía, en la Poesía y en la Religión.

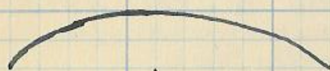
"El círculo no es más que el conjunto de una "infinidad de triángulos cuyo vértice está en el "centro y cuyas bases forman la circunferen-"cia. El cono está compuesto de una infini-"dad de pirámides apoyadas sobre los triángu-"los infinitamente pequeños de su base circular, to-"das con su vértice común en coincidencia con "el del cono, mientras que el cilindro de la mis-"ma base y altura está formado de igual número "de pequeñísimos prismas sobre las mismas "bases, y con la misma altura que las pirámi-"des."

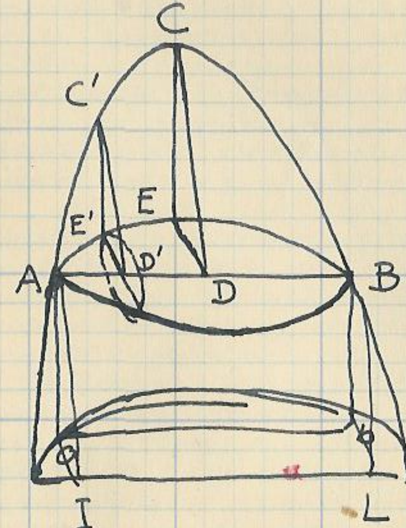
Con estas nociones que los Geómetras de la antigüedad concibieron, pero que no osaron utilizar, por temor de dar acceso a la chicana de los sofistas, Kepler demostraba de una manera directa y muy clara, las verdades que en los autores antiguos exigen singulares rodeos, tan difíciles de seguir.

Arquímedes formó sus conoides y esferoides haciendo girar las secciones cónicas en torno de sus ejes, y no puso atención en el hiperboloide de una hoja. Kepler hizo girar cada sección cónica en torno de cualquier diámetro, de cualquier ordenada, de la tangente en el vértice, y en torno de una recta ~~tom~~ trazada fuera de la curva. Así genera 90 cuerpos además de los que estudió Arquímedes, y prolijamente les puso a uno por uno su nombre según el parecido que tenía con un fruto. Solamente valuó los volúmenes de los cuerpos más simples.

Volumen del cuerpo engendrado por un segmento de círculo que gira en torno de su propia cuerda.







Otros problemas que propuso Kepler estaban muy por encima de la Geometría de su época y no pudo resolverlos, y aun cayó en errores porque se dejó guiar por ciertas analogías.

Fue el primero en señalar que la variación de una variable que llega a su máximo es insensible, primer germen del metodo para resolver los problemas sobre máximos y mínimos.

11ª lección Jueves 23 de marzo.

Bonaventura Cavalieri (1598-1647) Cavallieri, Cavaglieri

Jesuíta, Profesor en Bologna desde 1629 hasta su muerte. Escribió sobre cónicas, trigonometría, óptica, astronomía y astrología, y fue uno de los primeros en reconocer el gran valor de los logaritmos.

Su obra maestra fue la Geometría de los Indivisibles:

Geometria Indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota (Bologna, 1635).

Una línea recta está formada por una infinidad de puntos;
un plano, por un número infinito de ~~líneas~~ rectas;
un sólido, por un número infinito de ~~rectas~~ planos.

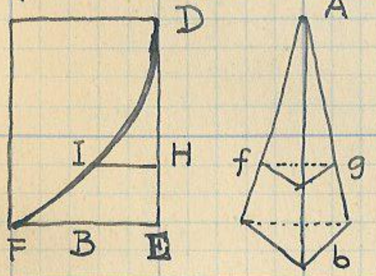
La teoría forma así la base de una especie de primitivo cálculo ~~e~~ integral, y en efecto resolvió muchos problemas que ahora son objeto de ese cálculo. Vino a enriquecer la Ciencia, y a marcar el comienzo de la época de grandes progresos.

Exposición poco rigurosa, pero procedimientos fecundos. Rápidamente conduce a resultados, que Arquimedes obtuvo con larguísimos razonamientos rigurosos.

— → 12ª leccion ← cuyos indivisibles Martes 28 de marzo

"Todas las figuras ~~que~~ crecen semejantemente del "vértice a la base, están con la figura uniforme de "igual base y altura, en la misma relación."

"Todas las figuras cuyos indivisibles crecen semejantemente del vértice a la base, están con las respectivas figuras uniformes de igual base y altura, en la misma relación".

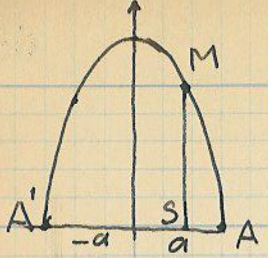


El indivisible fg de la pirámide crece proporcionalmente al cuadrado de la distancia al vértice.

El indivisible IH de la parábola crece proporcionalmente al cuadrado de su distancia al vértice.

Por consiguiente, así como el volumen de la pirámide es un tercio del volumen del prisma de igual base y altura; el area de la figura DFE será un tercio del rectángulo DF

$$\frac{IH}{B} = \frac{(DH)^2}{(FE)^2} = \frac{fg}{b}$$

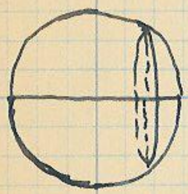


$$ky = a^2 - x^2 \qquad y_0 = \frac{a^2}{k}$$

$$\frac{y}{y_0} = \frac{(a+x)(a-x)}{a^2} = \frac{A'S \cdot SA}{a^2}$$

El indivisible SM de la parábola varía proporcionalmente al producto de sus distancias a los vértices A' y A.

En la esfera sucede lo mismo, y como esta equivale a los dos tercios del cilindro circunscrito, el segmento parabólico también equivaldrá a los dos tercios del rectángulo circunscrito.



Después de estudiar las figuras apareadas cuyos elementos (o indivisibles) varían proporcionalmente, Cavalieri se ocupa en determinar la relación de la suma de una infinidad de líneas rectas o de planos (indivisibles) con la suma del mismo número de indivisibles homogéneos con los primeros pero iguales entre sí.

Pirámide y cono

$$\frac{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}{n^2+n^2+n^2+\cdots+n^2} = \frac{\frac{1}{3}n\left(n+\frac{1}{2}\right)(n+1)}{n\cdot n\cdot n} = \frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2n}\right)\left(1+\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{3}$$

$$1(n-1)+2(n-2)+3(n-3)$$

$$\frac{1(2n-1)+2(2n-2)+3(2n-3)+\cdots nn + \cdots (2n-2)2+(2n-1)1}{n^2+n^2+n^2+\cdots + n^2+n^2}$$

$$= \cancel{2n+4n+6n+\cdots+2n^2+\cdots+(4n-2)n}$$

$$\frac{2n(1+2+3+\cdots+2n-1)-1^2-2^2-3^2-\cdots-(2n-1)^2}{2n^3} = \frac{2n^2(2n+1)-\frac{1}{3}(2n-1)\left(2n-\frac{1}{2}\right)(2n)}{2n^3}$$

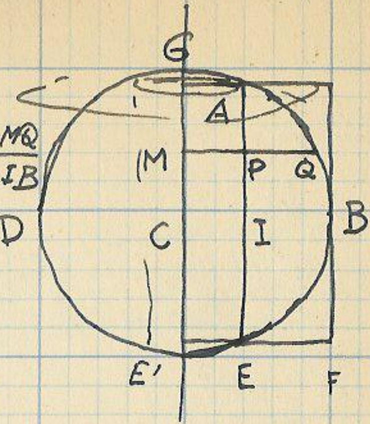
$$= \frac{2}{2}\left(1+\frac{1}{n}\right)-\frac{1}{6}$$

$$\frac{2n(1+2+3+\cdots+n)-1^2-2^2-3^2-\cdots-n^2}{n^3} = \frac{n^2(n+1)-\frac{1}{3}n\left(n+\frac{1}{2}\right)(n+1)}{n^3} = \frac{2}{3}.$$

$$\frac{1(n-1)+2(n-2)+3(n-3)+\cdots+n(n-n)}{\frac{1}{4}n^2+\frac{1}{4}n^2+\frac{1}{4}n^2+\cdots+\frac{1}{4}n^2} = \frac{n(1+2+3+\cdots+n)-1-2^2-3^2-\cdots n^2}{\frac{1}{4}n^2+\frac{1}{4}n^2+\cdots+\frac{1}{4}n^2}$$

$$\frac{\frac{1}{2}n^2(n+1)-\frac{1}{3}n(n+1)\left(n+\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{4}n^3} = 2\left(1+\frac{1}{n}\right)-\frac{4}{3}\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right) = \frac{2}{3}$$

$$\overline{PQ}^2 = \overline{MQ}^2 + \overline{MP}^2 - 2MQ.\,MP$$



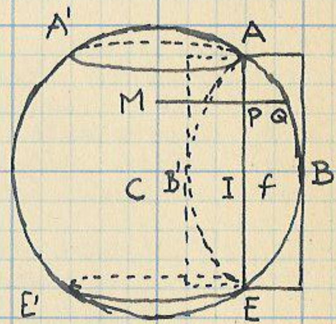
$$\frac{\text{suma } \overline{PQ}^2}{\text{suma } \overline{IB}^2} = \frac{\text{suma } \overline{MQ}^2}{\text{suma } \overline{IB}^2} + \frac{\overline{MP}^2}{\overline{IB}^2} - 2\frac{MP}{IB}\,\frac{\text{suma } MQ}{\text{suma } IB}$$

$$\frac{\text{suma } \overline{MQ}^2}{\text{suma } \overline{IB}^2} = \frac{\text{suma } \overline{MQ}^2}{\text{suma } \overline{CB}^2} \cdot \frac{\overline{CB}^2}{\overline{CI}^2} = \frac{\text{barril } AE'}{\text{Cil,}}$$

$$= \frac{\text{barril } AE'}{\text{Cilindro}}$$

$$\frac{\text{suma } \overline{PQ}^2}{\text{suma } \overline{IB}^2} = \frac{\text{suma } \overline{MQ}^2}{\text{suma } \overline{IB}^2} + \frac{\overline{MP}^2}{\overline{IB}^2} - 2\frac{MP}{IB}\,\frac{\text{suma } MQ}{\text{suma } IB}$$

$$= \frac{\text{barril } AEE'A'}{\text{Cil. } ABEB'} +$$



$$\text{barril} = 2\pi r h \frac{r}{3} + \pi (r-f)^2 \frac{h}{6}$$

$$= \frac{1}{6}\pi h (5r^2 - 2rf + f^2)$$

$$\text{cil} = \pi f^2 h$$

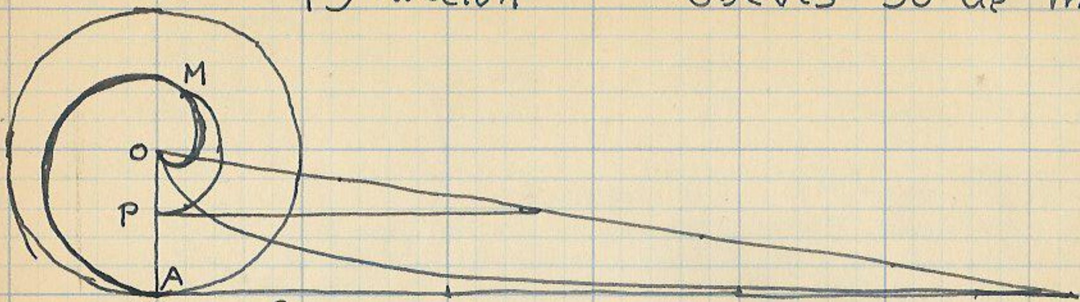
$$\frac{\text{barril}}{\text{cil}} = \frac{5r^2 - 2rf + f^2}{6f^2} + \frac{(r-f)^2}{f^2} - 2\frac{r-f}{f}\,\frac{r\,\widehat{ABE} + (r-f)h}{fh}$$

$$V =$$

$$\frac{V}{C} = \frac{11r^2 - 14rf + 7f^2}{6f^2} - \cancel{\frac{2rf - 2f^2}{f^2}} -$$

$$= \frac{-r^2 + 10rf - 5f^2}{6f^2} - 2\frac{r(r-f)}{f^2 h}\,\widehat{ABE}$$

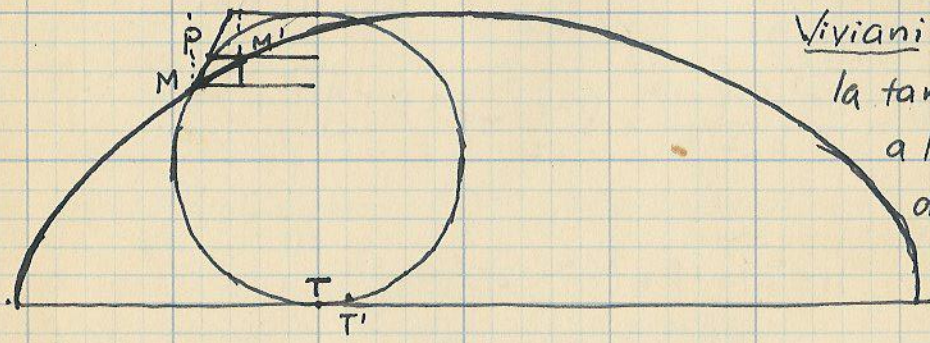
13ª lección Jueves 30 de marzo.



O $\quad \dfrac{\overset{\frown}{PM}}{C} = \dfrac{OP^2}{OA^2}$

Galileo consideró la Cicloide desde 1599, y para comparar su área, con la del círculo generador, construyó una de lámina delgada y la pesó. Encontró que ~~era equivalente~~ pesaba un poco menos que el triple del círculo. Sospechó que existiría entre ambas areas una relación inconmensurable. Él puso el nombre "cicloide".

<u>Torricelli</u> (1608-1647) discípulo de Galileo obtuvo la cuadratura después de la muerte de su maestro



<u>Viviani</u> trazó la tangente a la cicloide.

Roberval (Gilles Personnier de Roberbal) 1602-1675
Fermat (Pierre) 1608-1665
Pascal (Blaise) 1623-1662

Roberval realizó algunos progresos en el Método de los indivisibles, y aun pretendiendo ser el inventor original, señaló como plagiarios a Cavalieri y a Torriceli; pero como sus obras fueron publicadas despues de su muerte, nadie le hizo caso. $\int_0^1 x^m dx = \frac{0^m+1^m+2^m+\dots+(n-1)^m}{n^{m+1}} \to \frac{1}{m+1}$

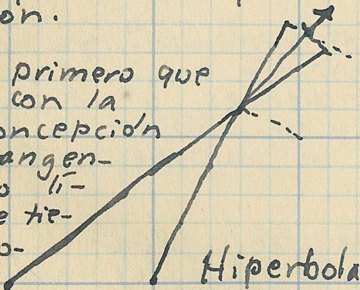
Su trabajo más importante es el método para trazar las tangentes, que viene a ser un primer escalón para llegar al método de las fluxiones de Newton.

Arquímedes concibio la espiral generada por un doble movimiento, y Roberval extendió esta concepción a todas las curvas.

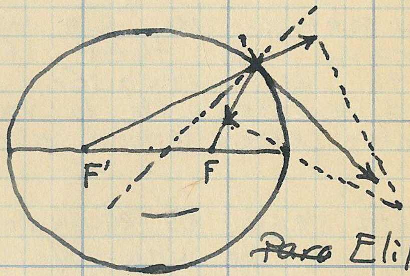
Regla general. Por las propiedades específicas de la línea curva. examinad los diversos movimientos que tiene el punto que la describe en el lugar donde queréis trazar la "touchante": de estos movimientos, compuestos en uno sdo, trazad la línea de dirección del movimiento compuesto. Tendréis así la "touchante" de la línea curva.

En manos de Roberval su método no pasó de las aplicaciones a diversos casos particulares: le faltó un método uniforme y sistemático para tratar toda especie de problemas. Dejó así el campo para Newton.

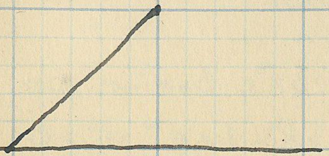
Fue el primero que rompió con la vieja concepción de la tangente como línea que tiene un solo punto común con la curva.

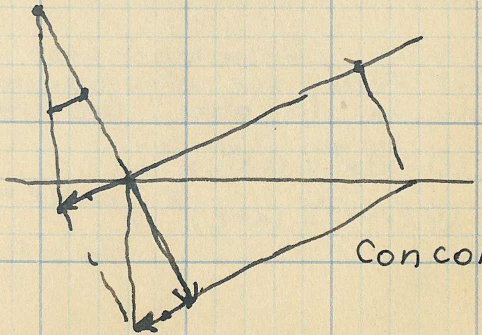


Hiperbola



~~Para~~ Elipse





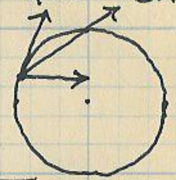
Concoide

Al método de Roberval, puramente geométrico, le faltó el recurso del álgebra, y resultó poco fecundo. Si algunas ideas son análogas a las de Newton en el cálculo de las fluxiones, careció de generalidad, y todo el honor de un metodo desarrollado sistemáticamente quedó para este gran hombre.

Sus trabajos aparecieron impresos hasta después de su muerte. Entre otras curvas, se encuentra estudiado el caracol, también considerado por Pascal y la ~~ci~~ trocoide, nombre con que designaba la cicloide.

El caracol es una concoide circular.

El trazo de la tangente a la cicloide es más simple con el método de Roberval que con el de Viviani.



15ª lección Jueves 6 de abril.

Fermat, magistrado de Tolosa sólo dedicaba una pequeña parte de su tiempo a las Matemáticas, pero estaba dotado de genio extraordinario.

Descartes le decía en una carta "A nadie he conocido que sepa tanto como vos en Geometría".

Pascal lo declaraba "el más grande de sus contemporáneos; el primer hombre del mundo."

Su método ~~de~~ "De maximis et minimis" ya lo tenía elaborado en ~~1631~~ 1629. Consistía en igualar dos valores de la función correspondientes a dos valores diferentes de la variable, y en anular la diferencia entre éstos (previa eliminación de radicales y fracciones).

Esta regla es equivalente a la de igualar a cero la diferencial de una función: conduce a los mismos resultados.

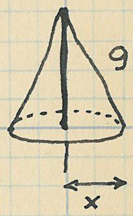
Problema: Descompóngase un numero dado a en dos partes tales que el producto de una de ellas por el cuadrado de la otra sea máximo

$$\left.\begin{array}{l} y = (a-x)x^2 = ax^2 - x^3 \\ y = (a(x+e)^2 - (x+e)^3 \end{array}\right\} 2axe + e^2 - 3x^2e - 3xe^2 - e^3 = 0$$

$$2ax + e - 3x^2 - 3xe - e^2 = 0$$

$\{e=0\}$ $\quad 2ax-3x^2=0 \quad \therefore \quad x=\frac{2}{3}a$

Problema: De los conos cuya superficie cónica es equivalente a un círculo dado ¿cual es el de volumen máximo?



$\pi g x = \pi a^2 \qquad g=\frac{a^2}{x}$

$V=\frac{1}{3}\pi x^2\sqrt{\frac{a^4}{x^2}-x^2}$

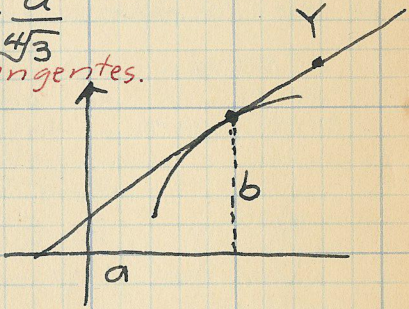
$x^4\left(\frac{a^4}{x^2}-x^2\right)=a^4x^2-x^6=a^4(x^2+e)-(x^2+e)^3$

$3x^4e+3x^2e^2+e^3=a^4e$

$3x^4=a^4 \qquad x=\frac{a}{\sqrt[4]{3}}$

16ª lección Martes 18 de abril.

Método de las tangentes.



$Y=b+\frac{b}{s}(x-a)$

$b - \frac{b}{s}a+\frac{b}{s}x-y$

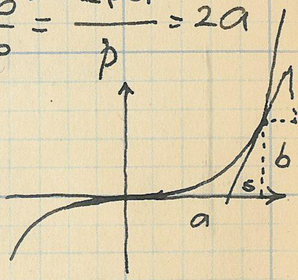
$\frac{b}{s}x-y$

$\frac{b}{s}x-\sqrt{2px} = \frac{b}{s}(x+e)-\sqrt{2p(x+e)}$

$\sqrt{2p(x+e)}-\sqrt{2px}=\frac{b}{s}e$

$\frac{2pe}{\sqrt{2p(x+e)}+\sqrt{2px}}=\frac{b}{s}e$

$\frac{2p}{2\sqrt{2pa}}=\frac{b}{s} \quad \therefore \quad s=\frac{2b^2}{2p}=\frac{b^2}{p}=\frac{2pa}{p}=2a$



Segundo ejemplo

$y=\frac{x^3}{c^2} \qquad \frac{Y-b}{x-a}=\frac{b}{s}$

$Y=b+\frac{b}{s}x-\frac{b}{s}a$

$Y-y=\frac{b}{s}x-\frac{x^3}{c^2}+b-\frac{b}{s}a$

$$\frac{b}{s}x - \frac{x^3}{c^2} \quad \text{debe ser mínima para } x = a$$

$$\frac{b}{s}x - \frac{x^3}{c^2} = \frac{b}{s}(x+e) - \frac{(x+e)^3}{c^2}$$

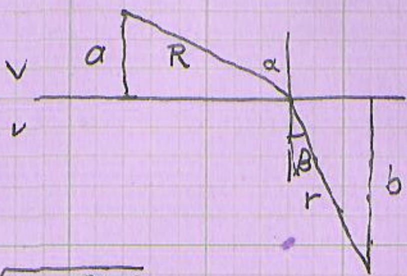
$$0 = \frac{b}{s}e - \frac{3ex^2}{c^2} - \frac{3e^2x}{c^2} - \frac{3e^3}{c^2}$$

$$0 = \frac{b}{s} - \frac{3x^2}{c^2} - \frac{3ex}{c^2} - \frac{3e^2}{c^2}$$

$\{e=0,\ x=a\}$ $$0 = \frac{b}{s} - \frac{3a^2}{c^2} \quad \therefore \quad s = \frac{bc^2}{3a^2} = \frac{a}{3}$$

Una de las aplicaciones más admirables que hizo Fermat del método de los máximos y mínimos es la de la refracción de la luz.

Emitió la hipótesis de que el tiempo que la luz tarda en ir de un punto a otro es mínimo precisamente para el trayecto real que sigue



$$\frac{R}{V} + \frac{r}{v} = \frac{R+E}{V} + \frac{r+e}{v}$$

$$0 \cdot \quad \frac{E}{V} = -\frac{e}{v}$$

$$\sqrt{R^2-a^2} + \sqrt{r^2-b^2} = \sqrt{(R+E)^2-a^2} + \sqrt{(r+e)^2-a^2}$$

$$\sqrt{(R+E)^2-a^2} - \sqrt{R^2-a^2} = \sqrt{r^2-b^2} - \sqrt{(r+e)^2-a^2}$$

$$\frac{2RE+E^2}{\sqrt{(R+E)^2-a^2} + \sqrt{R^2-a^2}} = \frac{-2re-e^2}{\sqrt{r^2-b^2} + \sqrt{(r+e)^2-a^2}}$$

Divido por

$$\frac{2RV+EV}{\qquad} = \frac{2rv+ev}{\qquad}$$

$e=0,\ E=0$ $$\frac{2RV}{2\sqrt{R^2-a^2}} = \frac{2rv}{2\sqrt{r^2-b^2}}$$

$$\frac{V}{\sqrt{R^2-a^2}/R} = \frac{v}{\sqrt{r^2-b^2}/r} \qquad \frac{V}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{v}{\operatorname{sen}\beta}$$

Lagrange pretende colocar a Fermat en el lugar de "primer inventor del Cálculo infinitesimal", porque sus concepciones se acercan mucho a las de Newton y Leibniz.

Poisson, con mejor juicio, opina que el merito de Leibniz y Newton, al crear el Cálculo Diferencial y el Método de las Fluxiones no reside en las concepciones de magnitudes infinitesimales y fluentes, sino en constituír sistemas completos para calcular rápidamente las derivadas de todas las funciones.

17ª lección Jueves 20 de abril.

Blas Pascal (1623-1662) fue uno de los muy pocos niños prodigios que han llegado a ser hombres eminentísimos en la Ciencia.

Alejado en su niñez por su padre del estudio de las Matemáticas, para obligarlo a progresar más en el estudio del Latín y del Griego, él solo comenzó a descubrir proposiciones geométricas hasta llegar a la 32ª de Euclides, sobre la suma de los ángulos de un triángulo.

A los 16 años compuso un tratado de Secciones Cónicas.

Después de construír su máquina aritmética, de publicar sus investigaciones sobre el triángulo aritmético y de inventar (simultáneamente con Fermat) el Cálculo de Probabilidades, escribio su última obra matemática sobre la Cicloide (1658).

En ésta resuelve todos los problemas relativos a cuadratura, volumen de solidos de revolución engendrados por la cicloide, centros de gravedad

Lección 18

Martes 25 de abril.

Suma triangular de A, B, C, D, ..., G
Comenzando por A.
Suma triangular de los mismos
Comenzando por B.

A	B	C	D	E	F	G
	B	C	D	E	F	G
		C	D	E	F	G
			D	E	F	G
				E	F	G
					F	G
						G

Lección 19^a. Jueves 27 de abril.

René Descartes (1596-1650), tuvo vida agitada:

Se educó en un Colegio de jesuítas en La Flèche. Su padre quizo que prosiguiera sus estudios en París, donde trató a varios matemáticos, pero prefirió ir al ejército y se alistó en el del Príncipe de Orange. En Holanda conoció a Stevin. Pésimo soldado, por olvidadizo y distraído, se dió de baja (1621) y viajó durante cuatro años en Alemania, Dinamarca, Holanda, Suiza e Italia. Vivió tres años en París, veinte mas en Holanda (1628-1649), e invitado por la reina Cristina de Suecia fue a Stokholm, donde falleció el año siguiente.

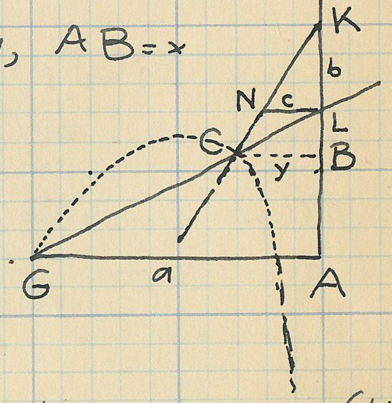
En Holanda escribió su famoso Discurso sobre el Método, del cual formaba parte como un apéndice, La Geometría.

Libro Primero. — De los problemas que ~~se~~ uno puede construír sin emplear en ellos, más que círculos y líneas rectas.

Representa todas las magnitudes por segmentos rectilíneos. Utiliza una unidad de longitud explícita, y no solamente las sumas, sino los productos, cocientes, potencias y raíces de segmentos, los representa tambien con segmentos

Libro Segundo. — De la naturaleza de las líneas curvas.

Introduce las coordenadas y, x (a las que llama cantidades indeterminadas y desconocidas) y busca la relacion entre ellas, dada la curva cuyos puntos poseen esas coordenadas



$GA = a$, $KL = b$, $NL = c$, $CB = y$, $AB = x$

$c : b = y : BK \therefore BK = \frac{b}{c}y$

$BL = \frac{b}{c}y - b$, $AL = x + \frac{b}{c}y - b$

y como $\triangle CBL \backsim \triangle GAL$

$\therefore y : \left(\frac{b}{c}y - b\right) = a : \left(\frac{b}{c}y + x - b\right)$

$\frac{b}{c}y^2 + xy - by = \frac{ab}{c}y - ab$

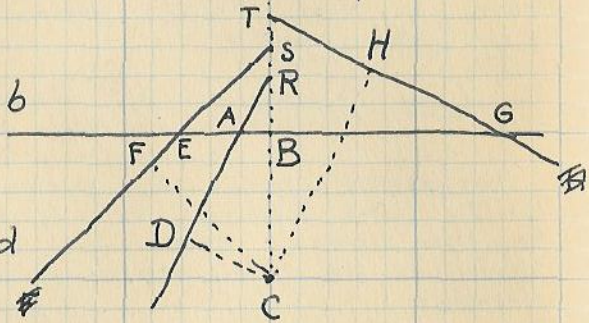
$y^2 = cy - \frac{cx}{b}y + ay - ac$ curva del primer genero (hiperbola)

Lección 20ª — Martes 2 de mayo.

Descartes ensaya sus métodos en la resolución de un problema que dejaron los antiguos. Pappus lo enuncia así:

"Dadas varias líneas rectas fijas, búsquese el lugar geométrico de los puntos cuyas distancias a algunas rectas ~~satisfagan la condici~~ tengan un producto igual al producto de las distancias a las otras rectas."

Si sólo son tres las rectas dadas el rectángulo de dos distancias debe ser igual al cuadrado de la tercera; si son cuatro las dadas, el rectángulo de dos debe ser igual al rectángulo de las otras dos; si son cinco, el paralelepípedo de tres distancias debe ser ~~igual~~ a equivalente al paralelepípedo de las otras dos y de una longitud constante; etc. etc.



$AB = x, \quad BC = y, \quad \dfrac{BR}{AB} = a, \quad \dfrac{CD}{CR} = b$

$CD = b \cdot CR = b(y + ax).$

$AE = k, \quad EB = k + x, \quad \dfrac{BS}{BE} = c, \quad \dfrac{CF}{CS} = d$

B

$BS = c \cdot BE = c(k + x)$

$CF = d \cdot CS = d(y + cx + ck)$

$CH \qquad = f(y + ex + ej)$

$CB = y, \quad CD = b(y + ax), \quad CF = d(y + cx + ck)$

$CH = f(y + ex + ej)$

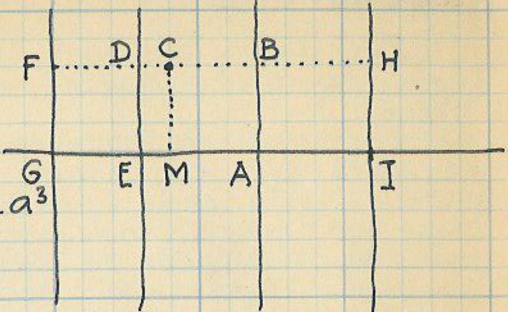
$$CB \cdot CF = CD \cdot CH$$

$$dy(y + cx + ck) = bf(y + ax)(y + ex + ej)$$

La misma cuestión con cinco líneas dadas, de las cuales cuatro son paralelas entresí y perpendiculares a la quinta.

$CF \cdot CD \cdot CH = CB \cdot CM \cdot AI$

$CB = y,\ CM = x,\ AI = AE = GE = a$



$CF = 2a - y,\ CD = a - y,\ CH = y + a$

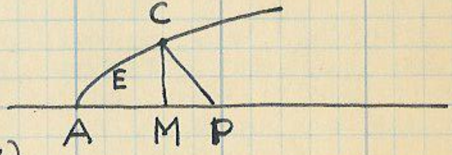
$(2a-y)(a-y)(y+a) = y^3 - 2ay^2 - a^2y + 2a^3$

$axy = y^3 - 2ay^2 - a^2y + 2a^3$

$axy = (2a-y)(a-y)(y+a)$

Lección 21 — Jueves 4 de mayo

Manera general para encontrar líneas rectas que corten las curvas dadas o sus contingentes en ángulos réctos.



$MA = y,\ CM = x$

$PC = s,\ PA = v,\ PM = v - y$

$$x = \sqrt{s^2 - v^2 + 2vy - y^2} \qquad (1)$$

$$y = v + \sqrt{s^2 - x^2} \qquad (2)$$

Descartes, supone que ya tiene "quelque équation qui explique le rapport qui est entre x et y", y en seguida de esta ecuacion con ayuda de (1) o (2) "quita" (j'ôte) una de las dos indeterminadas x o y.

Obtiene así una ecuación con sólo y o sólo x: considerada y como incógnita las raíces de la ecuación serán las ordenadas de los puntos de intersección de un círculo de radio s y centro P (~~de ab~~ $AP = v$), ecuación provista de una raíz doble.

Sea la elipse de eje mayor q, cuya ecuación es por el 13° teorema del primer libro de Apolonio.

$$x^2 = ry - \frac{r}{q}y^2$$

"Quitando x queda"

$$s^2 - v^2 + 2vy - y^2 = ry - \frac{r}{q}y^2$$

o bien

$$\cancel{(q-r)y^2 +}\ qy^2 - ry^2 + qry - 2qvy + qv^2 - qs^2 = 0$$

$$y^2 + \frac{qry - 2qvy + qv^2 - qs^2}{q-r} = 0$$

$$y^2 - 2ey + e^2 = 0$$

$$-2e = \frac{qr - 2qv}{q-r},\quad e^2 = \frac{qv^2 - qs^2}{q-r};\quad 2re - 2qe = qr - 2qv \therefore v = e - \frac{r}{q}e + \frac{1}{2}r$$

Lección 22 ~~Lun~~ Martes 9 de mayo.

En 1654, Pascal, que tenía 31 años, resolvió el problema de las partidas, que le propuso el Caballero de Méré:

Dos jugadores igualmente hábiles apuestan 32 pistolas cada uno para que el primero que gane 3 partidas, tome las 64 pistolas. (La serie se compone cuando menos de 3 partidas, y cuando más de 5). Después de que juegan una partida, convienen en ~~separarse~~ suspender el juego, ¿cuánto debe tomar cada uno del fondo (64 pistolas) teniendo en consideración que uno ya ganó una partida?

Pascal resolvió el problema siguiendo un camino ingenioso que es el germen del Cálculo de las diferencias finitas, y comunicó su resultado a Fermat, quien tambien lo resolvió, pero por otra vía: el Análisis Combinatorio.

Pascal, supone más avanzado el juego, pero no terminado: Cuando jugaron ya tres partidas, dos ganadas por uno y una por el otro. Si se separan deben tomar $32+16=48$ pistolas un jugador y $32-16=16$ pistolas, el otro.

Entonces retrocede, y supone jugadas sólo dos partidas, que ganó el primer jugador. Si se separan sin jugar más el primero tomará $48+8=56$ pistolas, y el segundo 8

Segundo retroceso. Una sola partida se jugó. Si deciden suspender, el primero deberá tomar $32+12$ pistolas $=44$ y el segundo 20.

Fermat, procede de otra manera.

Después de jugada la primara partida, faltan cuatro para que con seguridad se decida el juego, y Fermat considera que el ~~mism~~ azar igualmente engendra una combinación que otra. (A, partida ganada por el 1°; B, por el segundo; 1 serie ganada por el 1°; 2, por el segund.)

AAAA	1	ABAA	1	baaa	1	bbaa	1
AAAB	1	ABAB	1	baab	1	bbab	2
AABA	1	ABBA	1	baba	1	bbba	2
AABB	1	abbb	2	babb	2	bbbb	2

El primer jugador tiene 11 maneras de ganar, y el segundo sólo tiene 5 ~~6~~ maneras: según Fermat, lo equitativo es que el primer jugador tome los $\frac{11}{16}$ de la puesta total (44) y el segundo $\frac{5}{16}$.

Lección 2~~4~~3ª — Jueves 11 ~~Miércoles 10~~ de marzo.

Pascal y Fermat están en desacuerdo sobre la legitimidad del método de las combinaciones cuando se aplica a tres jugadores.

Al primer jugador le falta una partida, y dos partidas a cada uno de los otros.

a a a	1		
a a b	1		
a a c	1		
a b a	1		
a b b	1	2	
a b c	1		
a c a	1		
a c b	1		
a c c	1		3
b a a	1		
b a b	1	2	
b a c	1		
b b a	1	2	
b b b		2	
b b c		2	
b c a	1		
b c b		2	
b c c			3
c a a	1		
c a b	1		
c a c	1		3
c b a	1		
c b b		2	
c b c			3
c c a	1		3
c c b			3
c c c			3
	19	7	7
	16	$5\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$
	17	5	5

Como infaliblemente el juego se decidirá en 3 partidas, Pascal forma las 27 combinaciones: las que tienen una "a" (ó más) favorecen al primer jugador; las que tienen dos "bes" (ó más) favorecen al segundo; las que tienen tres "ces" (o más) favorecen al tercero. Son, precisamente, 19, 7 y 7. Pero Pascal no considera estos números proporcionales a los derechos de los tres jugadores, porque algunas combinaciones favorecen a dos jugadores, y cada uno solo tiene derecho a la mitad. Así es que el reparto se hará ~~seg~~ proporcionalmente a los tres números

$$16, \quad 5\frac{1}{2}, \quad 5\frac{1}{2}$$

que no coinciden a los que él mismo obtiene con su procedimiento; y por esto encuentra inaplicable el método de ~~Pascal~~ Fermat al caso de 3 jugadores.

Fermat replica que ninguna combinación favorece a dos jugadores, sino a uno solo: al primero que acaba el juego. Con esto se reduce el número de combinaciones favorables a

$$17, \quad 5, \quad 5$$

Si se fingen cuatro partidas habrá 81 combinaciones de las cuales serán favorables al primero, al segundo y al tercer jugador:

$$51, \quad 15, \quad 15$$

Otro análisis de Fermat: sin recurrir a partidas ficticias posteriores a la terminación del juego. — El jugador que solo necesita una partida para ganar el juego, puede ganar la primera y en "tiene para él $\frac{1}{3}$ de los azares si sólo juega esa primera partida".

"Si juega dos, puede ganar de dos

maneras: o cuando el segundo jugador ganó la primera partida y él la segunda, o cuando el tercer jugador gana la primera y él la segunda. Aquí tiene $\frac{2}{9}$ de los azares, con la segunda partida".

"Con la tercera $\frac{2}{27}$" $\quad \frac{1}{3}+\frac{2}{9}+\frac{2}{27}=\frac{9+6+2}{27}=\frac{17}{27}$

Dos años después, en 1656, el gran matemático Holandés, Huygens publicó un tratado (De los repartos en el juego de dados) que fué el primero dedicado a las probabilidades. Pero todavía no propone la definición de probabilidad.

Ésta aparece en el "Ars conjectandi" de Jacques Bernoulli (1654-1705), compuesta al fin del siglo XVII.

La opinion del caballero de Méré:

$6^4=1296 \qquad 5^4=625 \qquad 6^4-5^4=671.$

$36^{24}:35^{24}=\left(\log\frac{36}{35}\right)^{24}$

$\log 36=1.5563$
$\log 35=1.5441$

$\log\frac{36}{35}=0.0122$

288

244

$\log\left(\frac{36}{35}\right)^{24}=0.2850$

$\log\left(\frac{36}{35}\right)^{25}=0.307$

$\left(\frac{36}{35}\right)^{24}=1.927 \qquad 1.93$

$\left(\frac{36}{35}\right)^{24}=2.02 \qquad 2.02$

Lección 24 — Martes 16 de mayo.

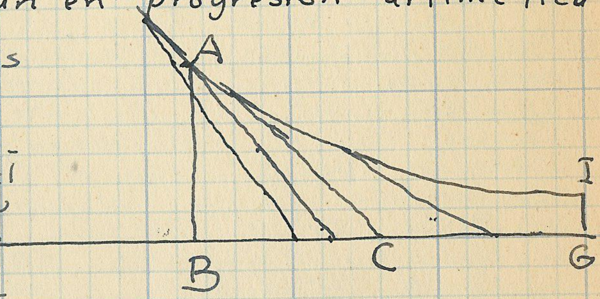
Christiaan Huygens (1629-1695)
John Wallis (1616-1703)
Lord William Brouncker (1620-1684)
Nicolaus Mercator (1620-1687)
Isaac Barrow (1630-1677)
Isaac Newton (1642-1727)
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)
Jacques Bernoulli (1654-1705)
Jean Bernoulli (1667-1748)

Huygens fue quizá el matemático del Siglo XVII que más se destacó por su dominio extraordinario de la Ciencia de su tiempo y de los métodos de los antiguos.

Al corriente de los descubrimientos modernos, que cultivó y perfeccionó, demostró un gusto irresistible por la Geometría griega, ~~así~~ y por la forma de exposición de Arquímedes. Atacó problemas ~~difíciles~~ donde su genio triunfó ~~s~~ contra las mayores notabilísimos dificultades.

Huygens es célebre por muchos títulos, que Newton resumía llamándole ~~es~~ Summus Hugenius y no hablaba de sus descubrimientos sin mostrar su admiración: lo consideraba como el autor más elocuente entre los matemáticos modernos y el más excelente imitador de los Antiguos, admirables según él, por la forma de sus demostraciones. Tan eminente físico y astrónomo como matemático.

Determinó las áreas de los conoides parabólicos e hiperbólicos (paraboloide ~~y~~ e hiperboloide de revolución).
Descubrió algunas propiedades de la logarítmica, curva cuyas ordenadas varían en progresión geométrica mientras las abscisas varían en progresión aritmética

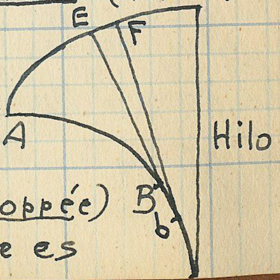


1º La subtangente BC, es constante.

2º El área ABGI prolongada al infinito es igual al doble de la del triángulo ABC. El area comprendida entre dos ordenadas, es igual a la diferencia de éstas multiplicada por la subtangente.

3º El sólido engendrado por la superficie A~~B~~CGI girando en torno de la ~~absci~~ asíntota (prolongado indefinidamente) equivale a la mitad del cono engendrado por el triangulo ABC. Si la rotación se efectua en torno de AB, el cono engendrado por el △ ABC equivale a ~~la qu~~ un quinto del volumen engendrado por

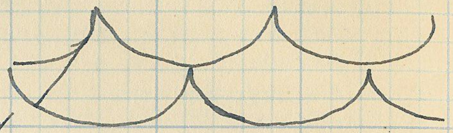
Un descubrimiento de Huygens mucho más importante fue el de las evolutas que forma la tercera parte de su célebre Horologium oscillatorium (Paris, 1673)



Hilo enrollado en la curva ABb (flexible pero inextensible). Al desarrollarse el extremo del hilo describe la curva AEF por desarrollo o evolución, y Huygens llamó a la primera ABb, su evoluta o desarrollada (développée)

El hilo que se desarrolla, constantemente es perpendicular a la curva que genera su extremidad, y tangente a la evoluta. Esta es tangente a todas las perpendiculares a la la curva ~~B~~ AEF, y limita la porción del plano desde donde no se pueda trazar ninguna perpendicular a la curva AEF, de la región desde cuyos puntos se pueden trazar dos. La evoluta es el lugar de los puntos de concurso de las perpendiculares infinitamente próximas a la curva ACF.

Huygens descubrió que la evoluta de una cicloide es una cicloide idéntica. A cada arcada de la primera cicloide corresponden dos medias arcadas de su evoluta.



Descubrió que la cicloide es una tautócrona en el vacío, y construyó el péndulo cicloidal.

— Lección 25ª Jueves 18 de mayo.

Fué el primero que estudió de una manera precisa la catenaria, y descubrió sus principales. Muy ~~de~~ cerca estuvo de la ecuación, que fué después obtenida por Leibniz.

En su teoría de la luz utiliza la superficie de la onda, que es perpendicular en cada punto al rayo luminoso. Un contemporaneo suyo, ~~Ch~~ Tschirnhausen ideó las causticas o curvas envolventes de los rayos luminosos, y consiguió atraer la atención de los geómetras a estas curvas vistosas, desviándola de la superficie de la onda. Mas de un siglo estuvo dormida esta concepción genial, hasta que la resucitaron dos geometras franceses a principios del siglo XIX.

John Wallis trabajó primeramente en la resolución de problemas teológicos y morales. Su genio matemático se desarrolló más tarde: en 1649 se hizo cargo de una clase de Matemáticas en Oxford que conservó hasta su muerte, en 1703.

Su memoria era prodigiosa: en el lecho, a oscuras, antes de dormirse, podía extraer la raíz cúbica de un número de 50 cifras y el resultado lo escribía al levantarse al día siguiente.

Fecundísimo escritor, su obra maestra, en las Matemáticas, es la Aritmetica Infinitorum (1655), en que hizo una aplicacion sistemática ~~al~~ del cálculo algebraico al Método de los Indivisibles. No solamente obtuvo la cuadratura de las líneas con potencias de la abscisa

$$x, x^2, x^3, x^4, x^5, \dots$$

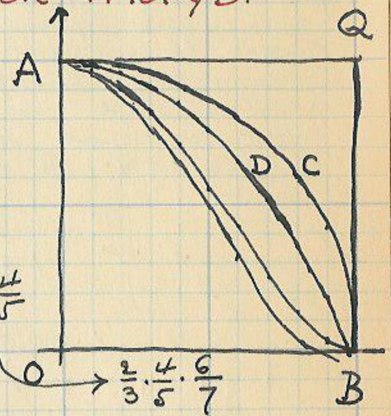
sino para

$$y = x^{-\frac{1}{3}} \quad y = x^{-\frac{1}{3}}, \quad y = x^{-\frac{1}{4}}, \ \ldots, \ y = x^{\frac{3}{2}}, \ y = x^{\frac{4}{5}}, \text{etc.}$$

Para obtener el area del cuarto del circulo $\boxed{y = \sqrt{1-xx}}$

Lección 26ª Jueves 25 de mayo.

Comprendida en el primer cuadrante, considera las ~~curvas~~ líneas correspondientes a potencias del binomio $1-xx$ con exponentes enteros:



$y = (1-xx)^0$ recta AQ $\quad 1$

$y = (1-xx)^1$ parábola $\overset{\frown}{ADB}$ $\quad \frac{2}{3}$

$y = (1-xx)^2 = 1-2xx+x^4; \quad 1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15} = \frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}$

$y = (1-xx)^3 = 1-3xx+3x^4-x^6; \quad 1 - \frac{3}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{7} = \frac{16}{35} \rightarrow \frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}$

$y = (1-xx)^4 = 1-4xx+6x^4-4x^6+x^8$

$$: 1 - \frac{4}{3} + \frac{6}{5} - \frac{4}{7} + \frac{1}{9} = -\frac{1}{3} = \frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7} - \frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{3}{7} + \frac{1}{9}$$

$$\frac{6}{5\cdot 7} - \frac{2}{9} = \frac{+16}{5\cdot 7\cdot 9} = \frac{2\cdot 4\cdot 6}{3\cdot 5\, 7\cdot 9}$$

$(1-xx)^0$	1	0	$\leftarrow \frac{1}{2}$	z
$(1-xx)^1$	$\frac{2}{3}$	1		
$(1-xx)^2$	$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}$	2	$\frac{3}{2}$	$z\ \frac{3}{4} \doteq \frac{2}{3}\sqrt{\frac{4}{5}}$
$(1-xx)^3$	$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}$	3	$\frac{5}{2}$	$z\ \frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6} = \frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\sqrt{\frac{6}{7}}$
$(1-xx)^4$	$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{9}$	4	$\frac{7}{2}$	$z\ \frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot$

$$\frac{4}{5} = \frac{m}{m+1}\,\frac{m+1}{m+2} = \frac{8}{9}\cdot\frac{9}{10} \qquad \frac{6}{7} = \frac{12}{13}\cdot\frac{13}{14}$$

$$z \doteq \frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\sqrt{\frac{4}{5}} \qquad \square \doteq \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{9}{8}$$

$$z \doteq \frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdot\sqrt{\frac{6}{7}} \qquad \square \doteq \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\sqrt{\frac{7}{6}}$$

$$\frac{4}{\pi} = \square \doteq \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{7}{6}\cdot\frac{7}{8}\cdots\frac{n}{n-1}\,\frac{n}{n+1}\sqrt{\frac{n+2}{n+1}}$$

$$\frac{\pi}{4} = \frac{2}{1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdots$$

$$\boxed{} = \frac{4}{\pi} = \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{7}{6}\cdot\frac{7}{8}\cdots$$

Lord Brouncker

$$\boxed{} = \frac{4}{\pi} = 1 + \cfrac{1}{2+\cfrac{9}{2+\cfrac{25}{2+\cfrac{49}{2+\cfrac{64}{2}}}}}$$

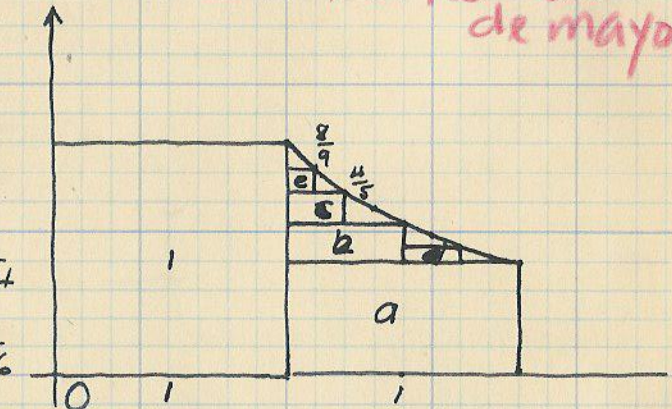
fue invitado por Wallis para mejorar la expresión que obtuvo al cuadrar el círculo. Lord Brouncker, notable por la originalidad de su ingenio, logró transformar la expresion de Wallis en esta otra

$$\frac{\pi}{4} = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{9}{2+\cfrac{25}{2+\cfrac{49}{2+\cdots}}}}}$$

$$\boxed{} = 1 + \cfrac{1}{2+\cfrac{9}{2+\cfrac{25}{2+\cfrac{49}{2+\cdots}}}}$$

Lección 27 Martes 30 de mayo

Cuadratura de la hipérbola por Lord Brouncker



$a = 1\cdot\frac{1}{2}$,

$b = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2\cdot 2\cdot 3} = \frac{1}{3\cdot 4}$

$c = \frac{1}{4}\cdot\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{4}\cdot\frac{2}{15} = \frac{1}{5\cdot 6}$

$d = \frac{1}{4}\left(\frac{4}{7}-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{7\cdot 2} = \frac{1}{7\cdot 8}$

$e = \frac{1}{8}\left(\frac{8}{9}-\frac{4}{5}\right) = \frac{1}{8}\,\frac{4}{9\cdot 5} = \frac{1}{9\cdot 10}$

$$a+b+c+d+e+\ldots = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cancel{\frac{1}{4\cdot 5}} + \frac{1}{5\cdot 6} + \frac{1}{7\cdot 8} + \frac{1}{9\cdot 10} + \cdots$$

$$a'+b'+c'+d'+e'+\ldots = \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{4\cdot 5} + \frac{1}{6\cdot 7} + \frac{1}{8\cdot 9} + \cdots$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5\cdot 6} + \frac{1}{6\cdot 7\cdot 8} + \cdots$$

<u>Nicolaus</u> <u>Mercator</u> (Kauffmann) nación en Holstein 1620 y desde 1660 vivió en Inglaterra hasta su muerte. Su obra más celebre Logarithmotechnia (Londres, 1668) contiene las series que expresan las áreas comprendidas entre la hipérbola y su asíntota, es decir los logaritmos naturales.

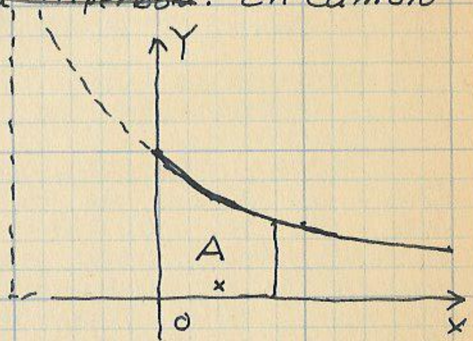
Ya Wallis cuya obra maestra es el germen de todos los descubrimientos ~~de~~ hechos en la nueva Geometría, había demostrado que si la ordenada de una curva se expresa con la série

$$\cancel{y = 1 \mp x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 \mp} \cdots = a + bx + cx^2 + dx^3 + \cdots$$

el área se expresa así

$$\cancel{S = x \mp \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5 \mp} \mp} \cdots = ax + \frac{b}{2}x^2 + \frac{c}{3}x^3 + \frac{d}{4}x^4 + \cdots$$

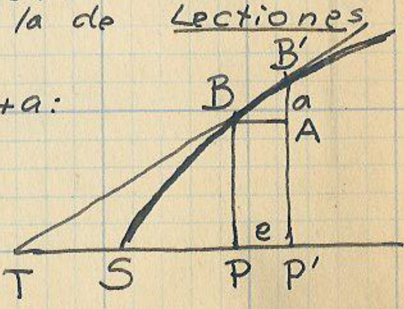
~~pero no identificó la curva con una hipérbola~~. En cambio pretendió calcular el área de una hipérbola $y = \frac{1}{1+x}$, y como la expresión de la ordenada no caía dentro de sus reglas, no logró someterla.



Mercator tuvo la idea feliz de dividir 1 entre $1+x$ y obtuvo $1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \cdots$ y el área será $A = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \cdots$

Aprovechó su invención para calcular los logaritmos

<u>Isaac Barrow</u> (1630 – 1677) Célebre matemático inglés. Su obra más importante fue la de <u>Lectiones Geometricae</u> (1669)



$yy = px$ Si $x_{B'} = x + e$, $y_{B'} = y + a$:

$(y+a)(y+a) = p(x+e)$

$\cancel{yy} + 2ay + aa = \cancel{px} + pe$

$2ay + aa = pe \therefore \frac{a}{e} = \frac{p}{2y} - \frac{a}{e}\frac{a}{2y}$

$\frac{y}{TP} = \frac{p}{2y} \quad \therefore TP = \frac{2yy}{p} = \frac{2px}{p} = 2x$

Esta regla de Barrow constituye un progreso decisivo sobre la de Fermat fundada en los máximos y los mínimos, y se acerca a la del cálculo diferencial: la $\underline{e}$ y la $\underline{a}$ de Barrow son la $\underline{dx}$ y la $\underline{dy}$ de Leibniz.

Lección 28 Jueves 1 de junio de 1933.

Isaac Newton (1642 - 1727)

Cálculo de las Fluxiones (escrito en 1665), publicado en 1736.
Análisis de las Ecuaciones con un número infinito de términos (escrito en 1669), publicado en 1711.

Aritmética Universal (escrita en 1673-1683) publicada en 1707

Principios Matemáticos de Filosofía Natural (comenzo a escribirlos en 1685), publicados en 1687

Tratado de la Cuadratura de las Curvas (escrito en 1671) publicado en 1704

Estas fechas dan idea de la poca importancia que para Newton tenía la publicación de sus trabajos.

En su niñez descolló por su habilidad mecánica: construyó un molino de viento, un reloj de agua, y otras máquinas. A los 15 años, su madre (viuda de un agricultor) lo llevó a su hacienda para que se ejercitara en el manejo de los negocios; pero demostró incapacidad notable para tales menesteres, y nunca le interesó el trabajo doméstico. Regresó al Colegio. y siguió sus estudios.

A los 18 años llegó al ~~Cab~~ Trinity College de Cambridge, y cuando tuvo un ejemplar de Euclides en sus manos, lo hojeó rápidamente y fue encontrando todo evidentísimo y de hecho no lo estudió. Después, sin ayuda de nadie, asimiló totalmente la Geometría de Descartes con un dominio absoluto.

Uno de sus primeros descubrimientos fue la fórmula del binomio

$$\overline{P+PQ}\,\big|^{\frac{m}{n}} = P^{\frac{m}{n}} + \frac{m}{n}AQ + \frac{m-n}{2n}BQ + \frac{m-2n}{3n}CQ + \frac{m-3n}{4n}DQ + \cdots$$

$(1-x^2)^0$
$(1-x^2)^1$
$(1-x^2)^2$
$(1-x^2)^3$

Lección 29ª Martes 5 de junio.

El Método de las Fluxiones, que concibió Newton probablemente a los 20 años y redactó a los 23 (1665-1666) fue publicado después de su muerte; pero en sus inmortales Principios (1687), donde hace aplicaciones grandiosas de aquel Método, no sólo a problemas de Matemática pura, sino a fenómenos celestes, insertó una nota breve en que da a conocer su método.

Fluentes: magnitudes variables; fluxiones: velocidades con que varían las fluentes; momentos: incrementos (positivos o negativos) infinitésimales o instantáneos de las fluentes.

El lema de Newton es: El momento de una cantidad engendrada es igual a la suma de los productos de los momentos de cada uno de los lados generadores por los coeficientes y los exponentes de esos lados.

Cantidad engendrada es toda cantidad obtenida sin adición ni sustración, por multiplicación, división y extracción de raíz.

Si A, B, C, .. son los lados fluentes y a, b, c, .. sus momentos; los momentos de las cantidades engendradas

$A^2, A^3, A^5, A^{\frac{3}{2}}, A^{\frac{1}{2}}, A^{-1}, \ldots$

Serán

$2aA,\ 3aA^2,\ 5aA^4,\ \frac{3}{2}aA^{\frac{1}{2}},\ \frac{1}{2}aA^{-\frac{1}{2}},\ -aA^{-2};$

el momento de $A^{\frac{m}{n}}$ será $\frac{m}{n}aA^{\frac{m-n}{n}}$;

el de A^2B será $2aAB+bA^2$;

el de $A^3B^4C^2$, ~~es~~ $3aA^2B^4C^2+4bA^2B^3C^2+2cA^3B^4C$

el de $\frac{A^3}{B^2}$ o A^3B^{-2}, $3aA^2B^{-2}-2bA^3B^{-3}$.

Primer caso. El rectángulo variable AB, si los lados se restan los semimomentos $\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}b$, llegará a ser $(A-\frac{1}{2}a)(B-\frac{1}{2}b)$; y, si a los mismos lados A, B se agregan los semi-momentos el rectángulo se convertirá en $(A+\frac{1}{2}a)(B+\frac{1}{2}b)$

$$(A-\tfrac{1}{2}a)\cdot(B-\tfrac{1}{2}b) = AB - \tfrac{1}{2}aB - \tfrac{1}{2}bA + \tfrac{1}{4}ab$$

$$(A+\tfrac{1}{2}a)(B+\tfrac{1}{2}b) = AB + \tfrac{1}{2}aB + \tfrac{1}{2}bA + \tfrac{1}{4}ab$$

$\therefore$ momento de $AB = aB + bA$.

Segundo caso. Si $AB = G$, el momento de ABC o GC será $gC + cG = (aB+bA)C + cAB = aBC + bAC + cAB$. El razonamiento se aplica a cualquier número de factores

Tercer caso. Si $A=B=C$, el momento de A^2, es decir de AB será $aB+bA = 2aA$; el de A^3 o ABC será $aBC + bAC + cAB = 3aA^2$. Análogamente, el momento de A^n será naA^{n-1}

Cuarto caso. mom $(\frac{1}{A}\cdot A) =$ mom $1 \therefore$ mom $\frac{1}{A}\cdot A + a\frac{1}{A} = 0$

$\therefore$ momento de $\frac{1}{A} = -\frac{a}{A^2}$.

mom $(\frac{1}{A^n}\cdot A^n) =$ mom $1 \therefore$ mom $\frac{1}{A^n} A^n + naA^{n-1}\frac{1}{A^n} = 0$

$\therefore$ momento de $\frac{1}{A^n} = -\frac{na}{A^{n+1}}$.

Sexto caso. mom $(A^{\frac{1}{2}}\cdot A^{\frac{1}{2}}) = a \therefore 2(\text{mom } A^{\frac{1}{2}})A^{\frac{1}{2}} = a$

mom $A^{\frac{1}{2}} = \frac{a}{2A^{\frac{1}{2}}} = \frac{a}{2}A^{-\frac{1}{2}}$

Lección 30a Jueves 8 de junio.

Las últimas y las primeras razones.

En el Cuadratura Curvarum (1704)

Si x fluye uniformemente

$$\overline{x+o}|^n = x^n + nox^{n-1} + \frac{n^2-n}{2}oox^{n-2} + \text{etc}$$

Está esto en F. Cajori

los aumentos de x y x^n son proporcionales

a 1 y a $nx^{n-1} + \frac{n^2-n}{2}ox^{n-2} + \cdots$

y cuando los aumentos se anulen la última razón será

1 a nx^{n-1}

Fluxiones: $\dot x, \dot y, \dot z, \ldots; \ddot x, \ddot y, \ddot z, \ldots; \dddot x, \dddot y, \dddot z, \ldots; \ddddot x, \ddddot y, \ddddot z, \ldots$

$\ddddot z, \dddot z, \ddot z, \dot z, z, \overset{/}{z}, \overset{//}{z}, \overset{///}{z}$

$\overset{///}{z}, \overset{//}{z}, \overset{/}{z}, z, \dot z, \ddot z, \dddot z, \ddddot z, \overset{\therefore\cdot}{z}$

Rita Lop. LG : Pascal
Sara Lopez : Fermat
Anfosi :
Shulz : Neper
Olguin Fermat y Pascal (Cálculo de Probabilidades)
Graf : Wallis
Boijseauman : Newton

Anfosi : Huygens.
Bustamante Luz : Newton.

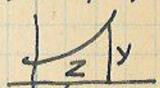
En la sucesión

$$\overset{\prime\prime\prime}{z},\ \overset{\prime\prime}{z},\ \overset{\prime}{z},\ z,\ \dot{z},\ \ddot{z},\ \dddot{z},\ \ddddot{z}$$

Cada término puede considerarse como una área variable engendrada por una ordenada, que es igual al término siguiente.

La fluxión de la ordenada, $\dot{y}$, y la de la abscisa, $\dot{x}$, son proporcionales a la ordenada y a la subtangente

$$\dot{y} : \dot{x} = y : ST$$



La fluxión del área z es igual a la ordenda por la fluxión de la abscisa $\dot{z} = y\dot{x}$.

La fluxión del arco es $\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$