

CURSO AVANZADO DE GEOMETRÍA DIFERENCIAL 2016-I: ANÁLISIS GEOMÉTRICO

GABRIEL RUIZ HERNÁNDEZ

Objetivo

Este curso es introductorio al Análisis Geométrico. Veremos algunas de las técnicas del Análisis de EDP's que se han extendido a las variedades y que han tenido un gran impacto en el estudio de la Geometría Diferencial. Por ejemplo en la teoría de la Relatividad General, que plantea una equivalencia entre la curvatura y la gravedad, la ecuación de campo de Einstein se puede obtener como las ecuaciones de Euler-Lagrange de la funcional llamada de Hilbert-Einstein. La aplicación de Gauss de una superficie de curvatura media constante en el espacio Euclidiano es un mapeo armónico.

Nos proponemos introducirnos a una herramienta que esta en la intersección de la Geometría y el Análisis. Además hay muchas aplicaciones en diversas áreas de la matemática y la física. Es un área moderna de investigación. Uno de las más sonadas y recientes aplicaciones del área fué el trabajo de Perelman acerca de la conjetura de Poincare y la solución de la conjetura de Willmore por Coda y Neves.

Prerequisitos: Geometría Riemanniana I.

TEMARIO

1. Teoremas de comparación.
2. Funciones armónicas.
3. Fórmula de Bochner.
4. Funcional de Hilbert-Einstein.
5. Mapeos armónicos.
6. Formas armónicas.
7. El método de Bochner.
8. Teorema de Obata-Lichnerowicz.
9. Fórmula de Reilly y aplicaciones.
10. Desigualdad de Poincare y el primer eigenvalor.
11. Desigualdades isoperimétricas.
12. El problema de Yamabe en dimensión dos.

BIBLIOGRAFÍA

- (1) T. Colding y W. Minicozzi, An excursion into Geometric Analysis. Surveys in differential geometry. Vol. IX, 83146. (2004).

- (2) I. Chavel, Eigenvalues in Riemannian Geometry. Pure and Applied Mathematics, 115. (1984).
- (3) I. Chavel, Isoperimetric inequalities. Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
- (4) J. Eells y J. H. Sampson, Harmonic mappings of Riemannian manifolds, (1964).
- (5) J. Jost, Riemannian Geometry and Geometric Analysis. Springer. (2007).
- (6) Peter Li, Geometric Analysis. Cambridge studies in advanced mathematics 134. (2012).
- (7) L. Hernández Lamóneda, The Bochner method. Aportaciones Mat. Comun., 16. SMM. (1994).
- (8) Y. Xin, The geometry of harmonic maps. Birkhuser (1996).
- (9) R. Schoen y S. T. Yau, Lecture Notes on Differential Geometry. International Press, Cambridge, MA. (1994).
- (10) Wu, The Bochner method.