

CURSO AVANZADO DE GEOMETRÍA DIFERENCIAL 2015-II: SUPERFICIES DE CURVATURA MEDIA CONSTANTE

GABRIEL RUIZ HERNÁNDEZ

Objetivo

La curvatura media es un invariante extrínseco que mide como una superficie se curva en el espacio ambiente. Una superficie con curvatura media cero en cada punto se llama mínima y se sabe que tales superficies modelan las películas de jabón.

Las superficies de curvatura media constante (superficies CMC) tienen un importante papel en la Geometría Diferencial clásica porque son soluciones de uno de los problemas más antiguos en geometría: El problema isoperimétrico, que consiste en encontrar las superficies de menor área que encierran un volumen prescrito.

En 2011 impartí otro curso de maestría sobre superficies mínimas cuyo temario he tratado de enriquecer en esta segunda oportunidad. Este curso será introductorio a esta muy activa área de investigación de las matemáticas, se basa en varios de los textos mencionados en las referencias. Tengo el gusto de conocer personalmente a tres de los autores: Anciaux, Colding y López.

Nota: Parte del párrafo anterior fue tomado de las introducciones de Kenmotsu y López que me parecieron excelentes y difícil de ampliar.

Prerequisitos: Geometría Semi-Riemanniana I.

TEMARIO

1. Geometría de Subvariedades Semi-Riemannianas

1.2 Ecuación de Gauss, Codazzi y Ricci.

1.3 Primera y Segunda Fórmula de Variación del Volumen.

2. Superficies mínimas

2.1 Subvariedades mínimas en el espacio Euclidiano y en la Esfera.

2.2 La EDP de las superficies mínimas y Teorema de Bernstein.

2.3 Ejemplos de Superficies Mínimas en $\mathbb{R}^3$.

2.4 Consecuencias de la Primera Fórmula de Variación.

2.5 Segunda Fórmula: Índice de Morse y Estabilidad.

2.6 Desigualdad de Simons.

3. Superficies de Curvatura media constante en $\mathbb{R}^3$

3.1 Preliminares

3.2 Superficies de Delaunay.

3.3 Toros y la Ecuación sinh-Gordon.

3.4 Aplicacion de Gauss y una Fórmula de Representación.

3.5 Diferencial de Hopf.

3.6 Ecuaciones Elipticas para superficies CMC.

3.7 Teorema de Alexandrov.

BIBLIOGRAFÍA

- (1) H. Anciaux, Minimal submanifolds in Pseudo-Riemannian Geometry. World Scientific 2011.
- (2) T. Colding and W. Minicozzi, A Course in minimal Surfaces. AMS 2011.
- (3) K. Kenmotsu, Surfaces with Constant Mean Curvature. AMS 2003.
- (4) B. Lawson, Lecture Notes on Minimal Submanifolds. Publish or Perish 1980.
- (5) R. Lopez, Constant Mean Curvature Surfaces with Boundary. Springer 2013.
- (6) Y. Xin, Minimal Submanifolds and Related Topics. World Scientific 2003.