

CURSO AVANZADO DE GEOMETRÍA DIFERENCIAL 2017-I: ASPECTOS MATEMÁTICOS DE LA RELATIVIDAD

GABRIEL RUIZ HERNÁNDEZ

OBJETIVO

Este curso es una introducción a la Geometría Lorentziana y a algunos avances en la comprensión de aspectos matemáticos de la Teoría de la Relatividad General de Einstein.

Prerequisitos: Geometría Riemanniana I.

TEMARIO

1. Variedades Lorentzianas

- 1.1 Álgebra Lineal de formas bilineales simétricas no degeneradas
- 1.2 Transformaciones de Lorentz e isometrías en el espacio de Minkowski
- 1.3 Métrica Lorentzianas y existencia.
- 1.4 Curvatura y la condición genérica
- 1.5 Construcción de variedades Lorentzianas
- 1.6 Geodésicas y distancia

2. Ejemplos sobresalientes de Espacios tiempo

- 2.1 Ecuaciones de Einstein
- 2.2 Espacio tiempo de Minkowski
- 2.3 Espacio tiempo de Schwarzschild y Kerr
- 2.4 Espacio tiempo de Robertson-Walker
- 2.5 Teorema de Birkhoff

3. Subvariedades relevantes

- 3.1 Caracter causal de subvariedades
- 3.2 Ecuación de Gauss, Codazzi y Ricci
- 3.3 Superficies atrapadas
- 3.4 Hipersuperficies nulas
- 3.5 Horizonte de Killing
- 3.6 Valores iniciales via una hipersuperficie tipo espacio.

4. Elementos de la teoría causal

- 4.1 Hipersuperficies de Cauchy
- 4.2 Teorema de Singularidad de Hawking
- 4.3 Teorema de Singularidad de Penrose

5. Una Mirada a Tópicos Selectos

5.1 El Teorema de Masa Positiva

5.2 Desigualdad Riemanniana de Penrose

5.3 Hoyos negros y la conjetura de Censura Cósmica

5.4 Masa quasi local

BIBLIOGRAFÍA

Nos basaremos principalmente en algunas de las referencias siguientes y otras serán complementarias para tener una visión general.

- (1) J. Beem, P. Ehrlich, K. Easley, *Global Lorentzian Geometry*, Pure and Applied Mathematics 1996.
- (2) Y. Choquet-Bruhat, *General Relativity and the Einstein Equations*, Oxford Mathematical Monographs 2009.
- (3) Y. Choquet-Bruhat, *General Relativity and Cosmology*, Oxford University Press 2015.
- (4) P. Chrusciel, G. Galloway and G. Pollack, *Mathematical General Relativity: A Sampler*, Bull. AMS 47, 567638, 2010.
- (5) P. Chrusciel, *The Geometry of Black Holes* 2015.
- (6) M. Dafermos and I. Rodnianski, *Lectures on Black Holes and Linear Waves*
- (7) S. Hawking, G. Ellis, *The Large Scale Structure of Space-Time*, Cambridge Monographs on Mathematical Physics 2006.
- (8) G. Naber, *Space Time and Singularities*, LMS Student Texts 1988.
- (9) B. O'Neill, *Semi-Riemannian Geometry with applications to Relativity*, Academic Press 1983.
- (10) R. M. Wald, *General Relativity*, The University of Chicago Press 1984.

`gruiz@matem.unam.mx`