UNIVERSIDAD AUTÓNOMA "BENITO JUÁREZ" DE OAXACA

# Álgebra moderna III: tarea 3

## Fecha de entrega: 14 de septiembre, 2017

EJERCICIO 1

Probar que una extensión $L\backslash F$ de grado 2 es un campo de descomposición.

EJERCICIO 2

Encuentra el campo de descomposición de $x^6 - 1 \in \mathbb{Q}[x]$.

EJERCICIO 3

¿Cuál es el isomorfismo $\sigma : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ tal que $\sigma_{|\mathbb{R}} = id$?

EJERCICIO 4

Decidir si las siguientes extensiones son campos de descomposición.

- $\mathbb{Q}(i, \sqrt[4]{2})\backslash\mathbb{Q}$
- $\mathbb{Q}(\sqrt{2+\sqrt{2}})\backslash\mathbb{Q}$
- $\mathbb{Q}(i, \sqrt{2+\sqrt{2}})\backslash\mathbb{Q}$
- $\mathbb{Q}(\omega, \sqrt[3]{2})\backslash\mathbb{Q}$, donde $\omega = e^{2\pi i/3}$.

EJERCICIO 5

Sea $L\backslash F$ el campo de descomposición de $f$ y $\sigma : L \to L$ un isomorfismo tal que $\sigma_{|F} = Id$. Argumentar a favor o en contra de si $\sigma$ está determinada por sus valores en las raíces de $f$.

### Ejercicio 6

Sea $f \in \mathbb{Q}$ el polinomio mínimo de $\alpha = \sqrt{2+\sqrt{2}}$. Muestra que $\mathbb{Q}(\alpha)$ es el campo de descomposición de $f$.

### Ejercicio 7

Sea $f(x) = x^3 - x + 1 \in \mathbb{Z}/3[x]$. Mostrar que $f$ es irreducible sobre $\mathbb{Z}/3$. Sea $\alpha$ un a raíz de $f$. Muestra que el campo $\mathbb{Z}(\alpha)$ es el campo de descomposición de $f$.

### Exposiciones

- Sea $L \backslash \mathbb{Q}$ el campo de descomposición de $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$. Encontrar isomorfismos $\sigma : L \to L$, tal que $\sigma_{|\mathbb{Q}} = Id$. ¿Cuántos hay?