UNIVERSIDAD AUTÓNOMA "BENITO JUÁREZ" DE OAXACA

Álgebra moderna III: tarea 6

Fecha de entrega: 23 de octubre, 2017

EJERCICIO 1

Demostrar que el grupo de Galois de la extensión ciclotómica $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\zeta_p)$, con p primo, tiene orden $p-1$.

EJERCICIO 2

Describir las extensiones cuadráticas de $\mathbb{Q}$ contenidas en $\mathbb{Q}(\zeta_p)$, con $p \in \mathbb{Z}$ primo.

EJERCICIO 3

Describir el anillo de los enteros algebraicos del campo $\mathbb{Q}(\zeta_3)$, donde $\zeta_3 = e^{2\pi i/3}$.

EJERCICIO 4

Sean $p \in \mathbb{Z}$ primo y $\zeta_3 = e^{2\pi i/3}$. Argumentar a favor o en contra: p escinde en el anillo de enteros algebraicos $R_3 \subset \mathbb{Q}(\sqrt{-3})$ si y solo si p escinde en los enteros algebraicos de $\mathbb{Q}(\zeta_3)$.

EJERCICIO 5

- ?Es el polinomio $\Phi_5(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \in \mathbb{Z}/p[x]$ irreducible para todo primo $p \in \mathbb{Z}$? Listar los primos para los que es irreducible.
- ?Cuáles son los primos inertes[1] del anillo $R_5 = \mathbb{Z} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\mathbb{Z}$?

[1] Ver la clase del 22 de agosto 2017.

Considerar
$$\mathbb{Z}[\zeta_5] = \mathbb{Z} + \zeta\mathbb{Z} + \zeta^2\mathbb{Z} + \zeta^3\mathbb{Z}$$
donde $\zeta_5 = e^{2\pi i/5}$. Argumentar a favor o en contra: $p \in \mathbb{Z}$ primo escinde en $\mathbb{Z}[\zeta_5]$ si y solo si p escinde en los enteros algebraicos de $\mathbb{Q}(\sqrt{5})$[2].

[2] hacer ejemplos