Álgebra Moderna III : 17 oct.

Clase pasada: $\mathrm{Gal}(f) < \mathfrak{S}_n$ es transitivo <u>ssi</u> f es irreducible.

Hoy: Cálculos usando MAGMA, en $\mathrm{Gal}(f)$

↳ ¿Que permutaciones se van y cuáles se quedan?

y ¿por qué?

⟶ Veamos ejemplos ¿Cómo actúa Gal?

$x^3 - 1 = f(x)$ $\qquad |\mathrm{Gal}(f)| = 2$

$g(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ $\qquad |\mathrm{Gal}(g)| = 4$

$h(x) = x^3 - 2$ $\quad |Gal(h)| = 6$

$l(x) = x^3 - 27$ $\quad |Gal(l)| = 2$

$r(x) = x^4 - 1$ $\quad |Gal(r)| = 2$

$s(x) = x^4 - 2$ $\quad |Gal(s)| = 8$

$q(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ $\quad |Gal(q)| = 2$

si $|Gal(f)| = k <$ grado(f)

¿Puede $Gal(f)$ ser transitivo?

↳ NO.

$\Phi_5(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ $\quad |Gal(\Phi_5)| = 4$

Truncaciones de la exponencial

EJER

$\boxed{\text{graficar sus raíces en } \mathbb{C}}$

↳ ¿qué número alg. son estos?

$$\exp_4(x) = \frac{x^4}{4!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^2}{2!} + x + 1$$

$$\left| \mathrm{Gal}(\exp_4) \right| = 24$$

Tenemos dos formas (al momento) de entender extensiones de campo

$$\begin{array}{lccc}
 & E & = & E \\
\text{polinomio irreducible } f_{n-1} & | & & | \\
 & E_{n-1} & & | \\
\text{polinomio irreducible } f_{n-2} & | & & | \\
 & E_{n-2} & & | \\
 & \vdots & & | \\
\text{polinomio irreducible } f_0 & | & & | \\
 & E_0 & = & E_0
\end{array}$$

&

El mismo grupo de Galois $\mathrm{Gal}(E \backslash E_0)$ permuta las raíces de $f = f_0 \cdot f_1 \cdot \ldots \cdot f_{n-1}$

&

g irreducible$/E_0$

IV

y $Gal(E \backslash E_0)$ no mezcla las raíces de distintos factores de

$$f = f_0 \cdot f_1 \cdots f_{n-1}$$

mientras que sí mezcla todas las raíces de g (cuyo campo de descomposición es E y es irred $/ E_0$)

¿Qué pasa cuando compongo polinomios?

↳ ¿Cómo actúa $Gal(f)$ en las raíces de

$$f = F \circ G \text{ ?}$$

con $F, G \in \mathbb{Q}[x]$.