

# Clasificación de Superficies 17 oct.

Hoy: Consecuencias del Teorema de Enriquez.

---

Teorema (Enriquez)  $S$  superficie con  $P_4 = P_6 = 0$  (o  $P_{12} = 0$ ). Entonces  $S$  es reglada.

Corolario: Las siguientes propiedades son equivalentes

- 1)  $S$  es reglada
- 2)  $\exists C$  no excepcional  $C \cdot K_S < 0$
- 3)  $\forall D \in \text{Pic}(S)$ ,  $|D + nK_S| = \emptyset \quad n \gg 0$ .
- 4)  $P_n = 0 \quad \forall n$
- 5)  $P_{12} = 0$ .

(1)  $\Rightarrow$  (2) Sabemos  $S$  es reglada  
 & sus modelos minimales

$$S \xrightarrow{f} M = \begin{array}{l} \text{modelo} \\ \text{minimal} \end{array} = \begin{array}{l} \text{geo-reglada} \\ \text{de} \\ \mathbb{P}^2 \end{array}$$

$$\varphi \downarrow$$

$$\mathbb{B}$$

$$\varphi^{-1}(b) = F \quad \text{fibra de } \varphi$$

asomamos

$\varphi^{-1}(F)$  es isomorfo en su imagen.

$$\Rightarrow f^* F \cdot K_S = F \cdot K_M = -2$$


(2)  $\Rightarrow$  (3)  $C$  no es excepcional,

$$\Rightarrow C^2 \geq 0 \quad (2g(C) - 2 = C^2 + C \cdot K_S)$$

Observar  $(D + nK_S) \cdot C < 0 \quad n \gg 0$

lo cual implica  $|D + nK_S| = \emptyset \quad n \gg 0$

(3)  $\Rightarrow$  (4)  $\Rightarrow$  (5) obvios.

(5)  $\Rightarrow$  (1) este es el  
Testema de Enriques  
1905 

! Esto caracteriza las superficies  
regladas en términos del  
Pluri-género !  $(P_{12} = 0)$