Paso 2. Existe $C \subseteq S$ irreducible tal que $|K+C| = \phi$ & $K.C < -1$

Argumento: $\exists$ $D \subseteq S$ efectivo tal que $|K+D| = \phi$ & $K.D < -1$.

Escribamos, $D = \sum^{r} n_i C_i \quad n_i > 0$

Consideremos i's : $K.C_i < 0$.

Mostraremos D es irreducible.

a) Supongamos $n_i \geq 2$ para algún i tal que $|K+2C_i| = \phi$.

R.R. $0 = h^0(2C_i + K) \geq 1 - q + 2C_i^2 + C_i K$

$= 1 - q + 2(C_i^2 + C_i K) - C_i K$

Por paso 1, $C_1^2 + C_1 K = 2(g-1)$

Por lo tanto, $0 > 3(g-1)$ contradicción

b) Supongamos $r \geq 2$, entonces
$$|K + C_1 + C_2| = \emptyset.$$

de nuevo R.R.

$$0 = h^0(K + C_1 + C_2)$$

$$= \chi(\mathcal{O}_S) + \frac{1}{2}(\cancel{K} + C_1 + C_2 - \cancel{K})(K + C_1 + C_2)$$

$$= \frac{1}{2}(C_1^2 + C_1 K) + \frac{1}{2}(C_2^2 + K \cdot C_2) + C_1 \cdot C_2$$

$$1 - g + h^1$$

$$= (g-1) + h^1 + (C_1 \cdot C_2)$$

y esto es imposible
↳ pues los ~~términos~~ sumandos son no negativos

a menos que

$$C_1 \cdot C_2 = h^1(K + C_1 + C_2) = 0$$

si estamos en este caso

$$0 \to \mathcal{O}_S(-C_1 - C_2) \to \mathcal{O}_S \to \mathcal{O}_{C_1} \oplus \mathcal{O}_{C_2} \to 0$$

$$\Rightarrow h^1(\mathcal{O}_S(-C_1 - C_2)) \neq 0$$

$$\| \text{ dual}$$

$$h^1(\mathcal{O}_S(K + C_1 + C_2)) \neq 0$$

contradicción. //

Esto finaliza el paso 2.

paso 3: Contradicción de S no reglada

R.R. $\quad h^0(C) \geq 1 - q + \frac{1}{2}(C^2 - C.K)$

$q \geq 2$ $\quad = -C.K$

si $C.K < 1$ & $|K + C| = \phi$ $\Big\} \to \geq 2$ contradicción

= q=1 tarea =