

Clasificación de Superficies : 7 nov.

Ayer: S minimal e $K_S^2 < 0$

$\Rightarrow S$ es reglada.

Sabemos: si $K_S^2 < 0 \Rightarrow P_m = 0 \quad \forall m \geq 0$

$\Rightarrow P_g = 0$ e $g \geq 1$

para si $g = 0$
 S es racional
e por tanto
 $K^2 = 8$ o 9

Preguntas: si $P_g = 0$ e $g \geq 1$

$\Rightarrow K_S^2 \leq 0$ o?

Albanes $p(s) = B$
es una curva

Resp. - si. Argumento: Sabemos por Noether

$$12 - 12g = K^2 + 2 - 4g + b_2$$

para $K^2 = 10 - 8g - b_2$

y para $2g = b_1$ ← Lefschetz !?

si $g = 1$ necesitamos verificar $b_2 \geq 2$

Esto es claro pues

$$\varphi: S \longrightarrow B \quad \text{Albanese}$$

$$f = [\varphi^*(\alpha)] \in H^2(S, \mathbb{Z})$$

$$H \in H^2(S, \mathbb{Z}) \quad f^2 = 0 \quad \& \quad H \cdot f > 0 \\ H^2 = \text{deg}(S)$$

\Rightarrow f & H son linealmente independ.
en $H^2(S, \mathbb{Z})$.

$$\Rightarrow b_2(S) \geq 2.$$

por lo tanto, Nos falta decir algo
sobre las superficies S tal que

$$K_S^2 = 0 \quad g = 1 \quad b_2 = 2.$$

Comentarios: ¿existen curvas completas
en M_g ? ¿en E_g $g=2$?