

Clasificación de superficies

12 Febrero

- Clases potadas:
- 1) forma cuadrática en $\text{Pic}(S)$
 - 2) $C \cdot D =$ intersección de dos divisores

Hoy: Ejemplos

Proposición: $\text{Pic}(\mathbb{P}^2)_{\mathbb{Z}} \cong \mathbb{Z}$

Demostración: $\mathbb{P}^2 \setminus \text{line} \cong \mathbb{A}^2$

\Rightarrow

$$\mathbb{Z} \hookrightarrow \text{Pic}(\mathbb{P}^2) \longrightarrow \text{Pic}(\mathbb{P}^2 \setminus L)$$

$$1 \longmapsto \dots$$

Observación: $C \cong \mathbb{P}^2$ irreducible
de grado d

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{Z} & \xrightarrow{\varphi} & \text{Pic}(\mathbb{P}^2) \longrightarrow \text{Pic}(\mathbb{P}^2 \setminus C) \\ 1 & \longmapsto & 1 \cdot C = d \cdot L \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{coker } \varphi = \mathbb{Z} / d\mathbb{Z} \cong \text{Pic}(\mathbb{P}^2 \setminus C).$$

Coefficientes universales (Hodge & Leal)

$$H_1(S, \mathbb{Z}) \cong H^2(S, \mathbb{Z})_{\text{torsión}}.$$

$$\stackrel{d?}{\Rightarrow} \pi_1(\mathbb{P}^2 \setminus C) \cong \mathbb{Z} / d\mathbb{Z}.$$

COROLARIO: $\text{Pic}(\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1) \cong \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.

Demostración: $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1 = [s:t], [x:y]$

$$L_1 = \{s+t=0\} \quad L_2 = \{x+y=0\}$$

$\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1 \setminus L_1 \cup L_2$ afín.

Pregunta (Tarea) $C \subseteq \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ curva
de bigrado (a,b) .

$$\pi_1(\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1 \setminus C) \stackrel{?}{=} \underline{\quad}$$

Eg: $S_1 = \{x^3 + y^3 + z^3 + w^3\} \cong \mathbb{P}^3_{\mathbb{C}}$

$$\text{Pic}(S_1) =$$

$$S_2 = \{2x^3 + y^3 + z^3 + w^3\} \cong \mathbb{P}^3_{\mathbb{Q}}$$

$$\text{Pic}(S_2)_{\mathbb{Q}} =$$