Clasificación de Superficies: 19 Febrero

Clase pasada: cúbica suave en $\mathbb{P}^3$ $\dashrightarrow \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$

Addendum: $\pi_1(\mathbb{P}^2 \setminus C) \overset{?}{=}$ Zariski

<u>Tarea</u>: cubica suave en $\mathbb{P}^{2k+1}$ $\dashrightarrow \mathbb{P} \times \mathbb{P}$

¿Cuártica?

<u>Hoy</u>: Divisor canónico en $\mathbb{P}^n$. $\mathbb{C}^{*\,n+1} =$ funcionales lineales en $\mathbb{C}^{n+1}$

$$0 \longrightarrow V \xrightarrow{L} \mathbb{C}^{*\,n+1} \longrightarrow Q \longrightarrow 0$$

$$\downarrow$$

$$[V] = p \in \mathbb{P}^n$$

Haces tautológicos en $\mathbb{P}^n$.

1)

$L =$ multiplicación por una forma lineal

$$0 \to \mathcal{O} \xrightarrow{L} \mathcal{O}(1)^{n+1} \longrightarrow \boxed{\text{cokernel}} \to 0$$

M_1

Canónico de rango n.

$\underline{M}$ = Haz de rango n en $\mathbb{P}^n$.

(no es trivial)

2) $\mathbb{P}^n = \operatorname{Proj} R$ con R = anillo graduado

$= k[x_0, \dots, x_n]$

$$R \xrightarrow{L} R(1)$$

mismo anillo

Graduación distinta.

L = multiplicación por una forma lineal

Por tanto, $R(-1)_0$ = formas lineales en R.

$= \{e_0, \dots, e_n\}$

$$\boxed{\ker\varphi = M_2} \longrightarrow R(-1)^{n+1} \xrightarrow{\varphi} R$$

$$e_i \longmapsto x_i$$

morfismo de grado cero de anillos.

M_2 = R-módulo de rango n.

= Gavilli ficando =

Euler.

$$\boxed{0 \longrightarrow \tilde{M}_2 \longrightarrow \mathcal{O}(-1)^{n+1} \xrightarrow[\varphi]{} \mathcal{O} \longrightarrow 0}$$

Thm $\tilde{M}_2 \cong \Omega_{\mathbb{P}^n/k}$ por tanto tenemos

$$0 \longrightarrow \Omega_{\mathbb{P}^n/k} \longrightarrow \mathcal{O}(-1)^{n+1} \xrightarrow[\varphi]{} \mathcal{O} \longrightarrow 0$$

Eg: $n=1$

$$0 \longrightarrow \Omega_{\mathbb{P}^1} \longrightarrow \mathcal{O}(-1)^2 \longrightarrow \mathcal{O} \longrightarrow 0$$

rango 1 $\Rightarrow$ $\Omega_{\mathbb{P}^1} \cong \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(D)$ for some D = divisor

$R = k[x,y]$

$$R(-2) \longrightarrow R(-1)^2 \longrightarrow R$$