Álgebra Moderna 2

Tarea 1

entregar: 24 de febrero

1. Demuestra que si R es un anillo conmutativo entonces $R[x]$ también lo es.
2. Sea R un anillo y denotemos por $0, 1 \in R$ su neutro aditivo y multiplicativo respectivamente. Demuestra que si $f, g \in R$ entonces:

   i) $f - f = 0$;

   ii) $f + 0 = f$;

   iii) $f * 1 = 1 * f = f$;

   iv) $f * g = (-f)(-g)$.

3. Sea $R = \mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$, ¿cuál es el error en el siguiente argumento?

   $$"2 \cdot 4 = 8 = 2 = 2 \cdot 1 \text{ entonces } 4 = 1 \text{ en } R".$$

4. Si n no es primo, ¿es $R = (End(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}), +, \cdot)$ un anillo?
5. Sea n un número natural, p un primo y denotemos por $A = (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^n$. Demuestra que $End(A) \cong M_{n\times n}(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})$.
6. Sea A un grupo cíclico de orden n. Demuestra que $End(A) \cong \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Demuestra también que

   $$Aut(A) \cong \{a \in A | a \text{ es unidad }\}.$$