UNIVERSIDAD AUTÓNOMA "BENITO JUÁREZ" DE OAXACA

Álgebra moderna II: tarea 10

Fecha de entrega: 2 de junio, 2017

EJERCICIO 1

Sea R el anillo de enteros del campo $\mathbb{Q}[\sqrt{-5}]$. Demostrar que el número de clase $h_R \neq 1$.

EJERCICIO 2

Sea R_D el anillo de enteros algebraicos del campo $\mathbb{Q}[\sqrt{d}]$,

$$R_D = \mathbb{Z} + \mathbb{Z}\left(\frac{D+\sqrt{D}}{2}\right).$$

SI $I, J \subset R$ son ideales, mostrar que la multiplicación de ideales es ideal,

$$IJ = \{\sum^{n} a_i b_i \mid a_i \in I, b_i \in J\}.$$

EJERCICIO 3

Sea R_D anillo de enteros algebraicos, y $r \in R_D$ con $r \neq 0$. Probar que r es un elemento primo si y sólo si es irreducible.

EJERCICIO 4

Sea R_D anillo de enteros algebraicos. Mostrar que $p \in R_D$ es un elemento primo si y sólo si el ideal $(p) \subset R_D$ es un ideal primo.

EJERCICIO 5

Sea R el anillo de enteros del campo $\mathbb{Q}[\sqrt{-5}]$. Exhibir un ideal $I \subset R$, cuyo cuadrado sea principal. ¿Es esto suficiente para deducir que el número de clase de R es $h_D = 2$?

EJERCICIO 6

Sea R el anillo de enteros del campo $\mathbb{Q}[\sqrt{d}]$. Mostrar que si $I, J \subset R$ son ideales principales, entonces las formas binarias asociadas están contenidas en la misma órbita de $SL_2(\mathbb{Z})$.