

Álgebra moderna II: tarea 5

Fecha de entrega: 31 de marzo, 2017

EJERCICIO 1

Mostrar que el anillo de los enteros gaussianos $\mathbb{Z}[i]$ es un dominio euclidiano.

EJERCICIO 2

Sea R dominio y $p \in R$ un elemento primo. Entonces, el ideal $(p) \subset R$ es maximal si y sólo si R es dominio de ideales principales.

EJERCICIO 3

Exhibir un ejemplo de un dominio R que no sea de ideales principales.

EJERCICIO 4

Demostrar que un dominio de ideales principales es un dominio de factorización única.

EJERCICIO 5

Demostrar que el anillo $\mathbb{Z}[x]/(x^2 + 5)$ no es un dominio de ideales principales.

EJERCICIO 6

Sea $a + bi \in \mathbb{Z}[i]$ un elemento primo en el anillo de los enteros gaussianos. Del ejercicio 2 se sigue que el cociente $\mathbb{Z}[i]/(a + bi)$ es un campo. ¿Cuál es su cardinalidad?