

Curso de Variable Compleja

Tarea sugerida

1. Demuestra que el producto de números complejos es asociativo.
2. Encuentra las *partes reales* y las *partes imaginarias* de los siguientes números complejos:

$$\frac{3+4i}{1-2i} \quad i^n, n \in \mathbb{Z}$$

3. Calcula el *módulo* y el *argumento* de los siguientes números complejos:

$$-3+i \quad \frac{3+4i}{1-2i}, a \in \mathbb{R}$$

4. Prueba la desigualdad del triángulo

$$|z+w| \leq |z| + |w|, \quad z, w \in \mathbb{C}$$

5. Sea P un polinomio con coeficientes complejos

$$P(z) := a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0 \quad \text{con } n \in \mathbb{N} \cup \{0\}, \quad a_k \in \mathbb{C} \text{ para } 0 \leq k \leq n.$$

Un número α , real o complejo, es una *raíz* o *cero* de P si $P(\alpha) = 0$. Demuestra que si todos los coeficientes del polinomio a_k son números reales entonces

$$P(\alpha) = 0 \text{ implica que } P(\bar{\alpha}) = 0,$$

es decir, si el polinomio P tiene coeficientes reales, las raíces de P que no son reales ocurren en pares de números complejos conjugados.