

Variable compleja: tarea 7

Fecha de entrega: 17 de abril, 2018

EJERCICIO 1

Calcular las integrales

$$\int_{\gamma} x dz, \quad \int_{\gamma} y dz, \quad \int_{\gamma} \bar{z} dz$$

donde γ es el círculo de radio 3. ($z = x + iy$).

EJERCICIO 2

Demostrar que si el camino no pasa por el origen de coordenadas, entonces

$$\int_1^z \frac{d\xi}{\xi} = \ln r + i\phi + 2\pi i k,$$

donde k es el número entero que indica cuántas veces el circuito de integración rodea el origen de coordenadas. ($z = r e^{i\phi}$).

EJERCICIO 3

Demostrar que si el camino no pasa por $\{\pm i\}$, entonces

$$\int_0^1 \frac{d\xi}{1 + \xi^2} = \frac{\pi}{4} + k\pi,$$

donde k es el número.

EJERCICIO 4

Calcular las siguientes integrales a lo largo de α , la circunferencia unitaria centrada en el origen.

- $\int_{\alpha} \cos\left(\frac{1}{\zeta}\right) d\zeta$.
- $\int_{\alpha} P\left(\frac{1}{\zeta}\right) d\zeta$, donde P es un polinomio de grado $d > 0$.
- $\int_{\alpha} e^{\frac{1}{\zeta}} d\zeta$.

EJERCICIO 5

Si $f(z)$ es continua en una vecindad del origen de coordenadas demostrar que se tienen

$$\lim_{r \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} f(re^{i\phi}) d\phi = 2\pi f(0).$$

EJERCICIO 6

Sea γ una curva suave cerrada y simple. Calcular

$$\int_{\gamma} \frac{dz}{z^2 + 9}$$

si el punto $3i$ se encuentra dentro del contorno de γ y el punto $-3i$ fuera de él. Calcular la misma integral ahora en el caso de que ambos $\pm 3i$ estén dentro del contorno de la curva γ .

EJERCICIOS DEL TEXTO

Ejercicios del texto [FB], Capítulo II.2: ejercicios 7, 13 y 14.

REFERENCES

[FB] Eberhard Freitag and Rolf Busam, *Complex Analysis*. Springer-Verlag 2005.